

Chapter 10 FIR 필터의 설계

[Quick Review]

- (1) ○
- (2) ○
- (3) ×
- (4) 우대칭, 기대칭, 1,3, 2,4
- (5) 3
- (6) 3,4, π
- (7) ×
- (8) 통과대역
- (9) ○
- (10) 주엽, 부엽
- (11) ○
- (12) ○
- (13) ○
- (14) 그대로이다
- (15) ○
- (16) ○
- (17) ×
- (18) 천이
- (19) ×
- (20) HP

[기초 문제]

10.1 라

10.2 나

10.3 나

10.4 다

10.5 가

10.6

(a) 1형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0) = h[0]e^{-j0 \cdot 0} + h[1]e^{-j0 \cdot 1} + h[2]e^{-j0 \cdot 2} = h[0] + h[1] + h[2] = 2$$

$$H(\pi) = h[0]e^{-j\pi \cdot 0} + h[1]e^{-j\pi \cdot 1} + h[2]e^{-j\pi \cdot 2} = h[0] - h[1] + h[2] = 2$$

$$H\left(\frac{\pi}{2}\right) = h[0]e^{-j\frac{\pi}{2} \cdot 0} + h[1]e^{-j\frac{\pi}{2} \cdot 1} + h[2]e^{-j\frac{\pi}{2} \cdot 2} = h[0] - jh[1] - h[2] = 0$$

따라서 이 필터는 대역저지 필터가 될 수 있다.

(b) 3형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0) = h[0]e^{-j0 \cdot 0} + h[1]e^{-j0 \cdot 1} + h[2]e^{-j0 \cdot 2} = h[0] + h[1] + h[2] = 0$$

$$H(\pi) = h[0]e^{-j\pi \cdot 0} + h[1]e^{-j\pi \cdot 1} + h[2]e^{-j\pi \cdot 2} = h[0] - h[1] + h[2] = 0$$

$$H\left(\frac{\pi}{2}\right) = h[0]e^{-j\frac{\pi}{2} \cdot 0} + h[1]e^{-j\frac{\pi}{2} \cdot 1} + h[2]e^{-j\frac{\pi}{2} \cdot 2} = h[0] - jh[1] - h[2] = 2$$

이 결과로부터 가능한 주파수 선택 필터는 대역통과 필터이다.

(c) 2형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0) = h[0]e^{-j0 \cdot 0} + h[1]e^{-j0 \cdot 1} + h[2]e^{-j0 \cdot 2} + h[3]e^{-j0 \cdot 3} = h[0] + h[1] + h[2] + h[3] = 6$$

$$H(\pi) = h[0]e^{-j\pi \cdot 0} + h[1]e^{-j\pi \cdot 1} + h[2]e^{-j\pi \cdot 2} + h[3]e^{-j\pi \cdot 3} = h[0] - h[1] + h[2] - h[3] = 0$$

이 결과로부터 가능한 주파수 선택 필터는 저역통과 필터이다.

(d) 4형 선형 위상 FIR 필터

$$H(0) = h[0]e^{-j0 \cdot 0} + h[1]e^{-j0 \cdot 1} + h[2]e^{-j0 \cdot 2} + h[3]e^{-j0 \cdot 3} = h[0] + h[1] + h[2] + h[3] = 0$$

$$H(\pi) = h[0]e^{-j\pi \cdot 0} + h[1]e^{-j\pi \cdot 1} + h[2]e^{-j\pi \cdot 2} + h[3]e^{-j\pi \cdot 3} = h[0] - h[1] + h[2] - h[3] = -6$$

이 결과로부터 가능한 주파수 선택 필터는 고역통과 필터이다.

10.7

$$(a) A_p = -20 \log \frac{1 - \delta_p}{1 + \delta_p} = -20 \log \frac{1 - 0.01}{1 + 0.01} = 0.17 \text{ dB}$$

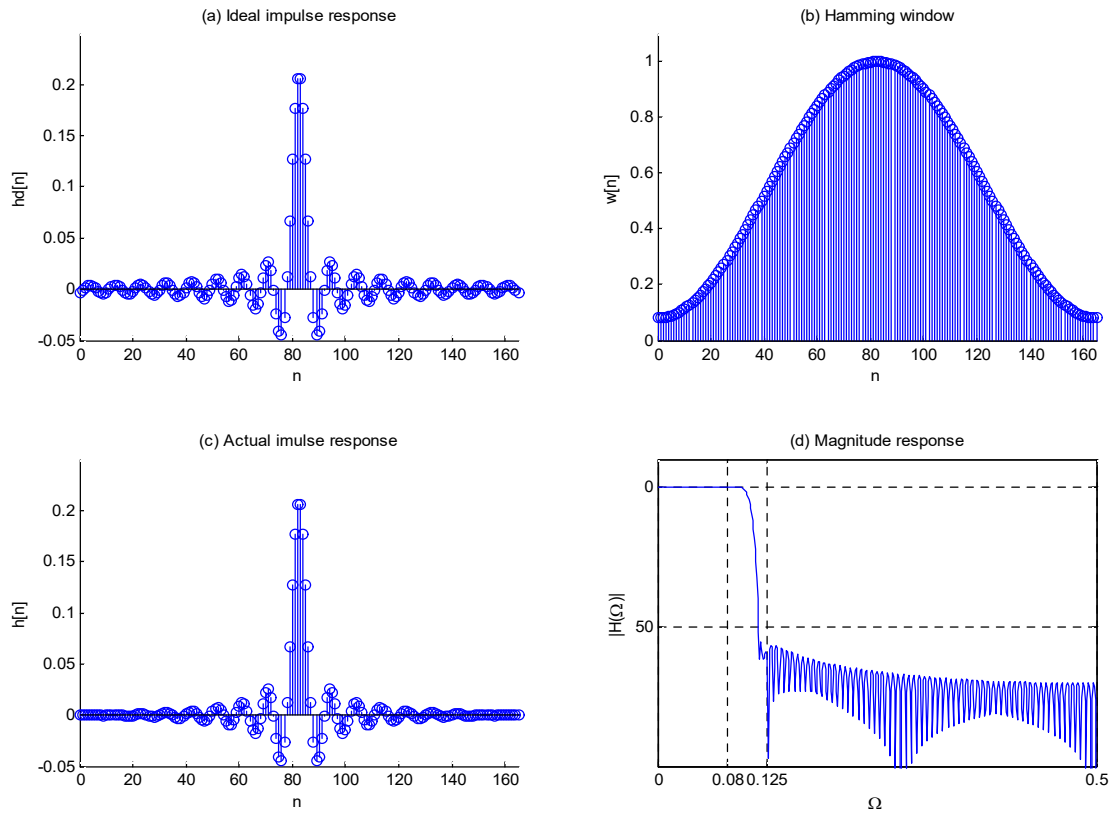
$$A_s = -20 \log \frac{\delta_s}{1 + \delta_p} = -20 \log \frac{0.01}{1 + 0.01} = 40 \text{ dB}$$

최소 저지 대역 감쇠가 40dB보다 큰 창은 해닝 창, 해밍 창, 블랙먼 창이다.
해밍 창을 선택하기로 한다.

$$(b) N \cong \frac{6.6\pi}{\Omega_T} = \frac{6.6\pi}{0.04\pi} = 165$$

따라서 차수에 약간의 여유를 두기 위하여 $N+1 = 166$ 으로 두면 된다.

(c)

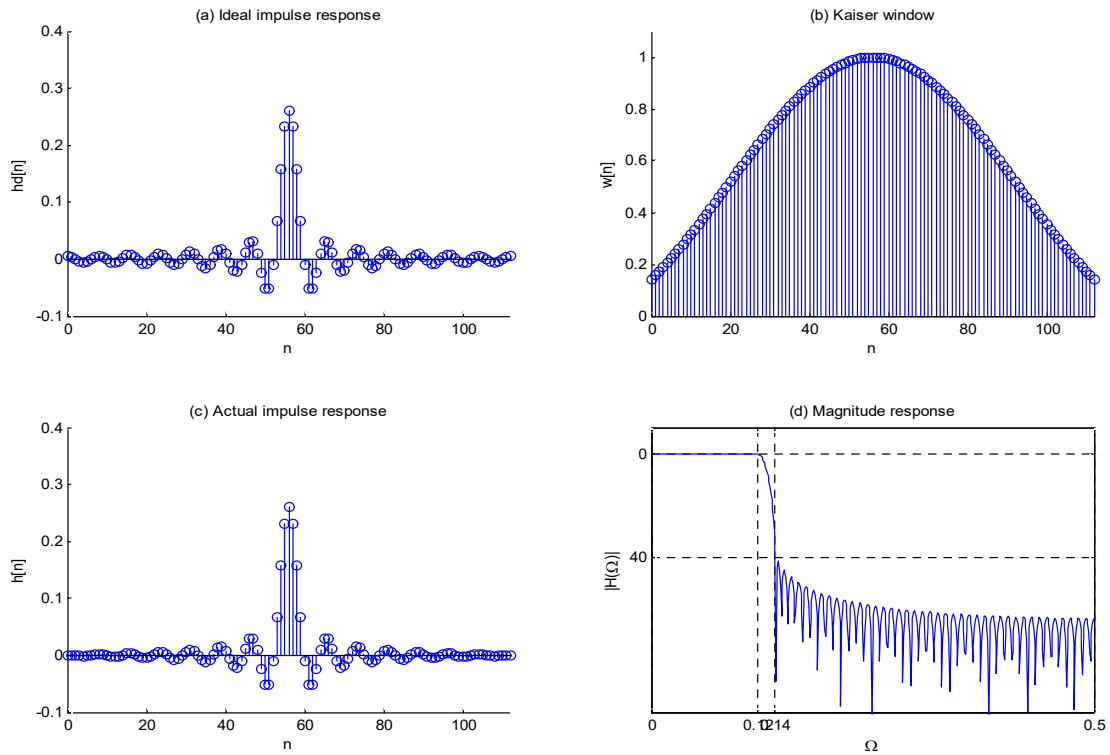


10.8

$$(a) N \geq \frac{A_s - 7.95}{2.2855\Omega_T} + 1 = \frac{40 - 7.95}{2.2855 \times 0.04\pi} + 1 = 112.59$$

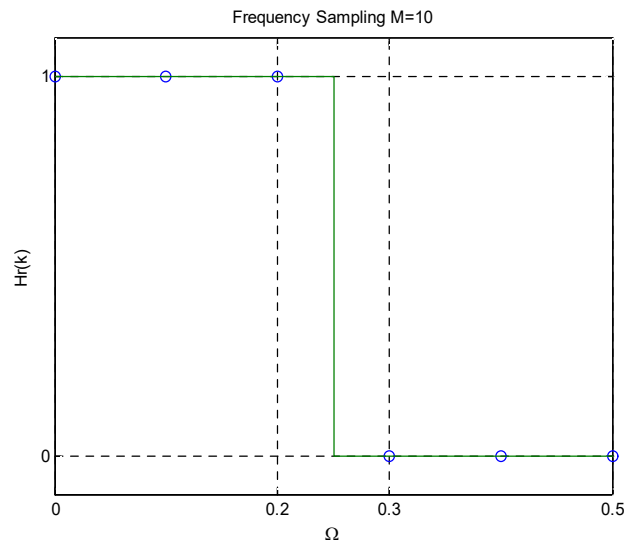
따라서 차수에 약간의 여유를 두기 위하여 $N+1 = 114$ 으로 두면 된다.

(b)

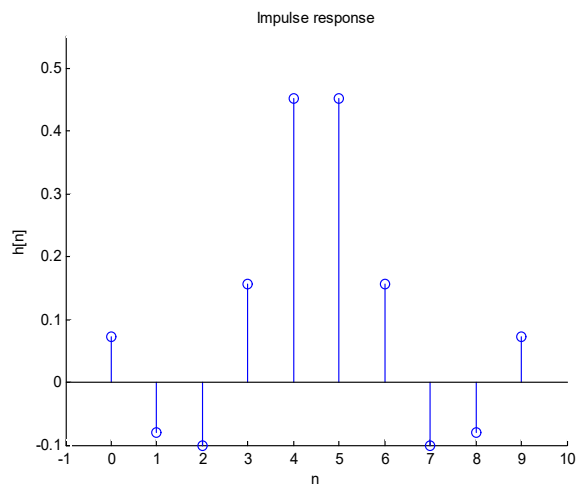


10.9

(a) $N=10$ & $\Omega = [0, 0.2\pi, 0.4\pi, 0.6\pi, 0.8\pi, \pi, 1.2\pi, 1.4\pi, 1.6\pi, 1.8\pi]$ 에서 샘플링 샘플 스펙트럼 값은 $[1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]$

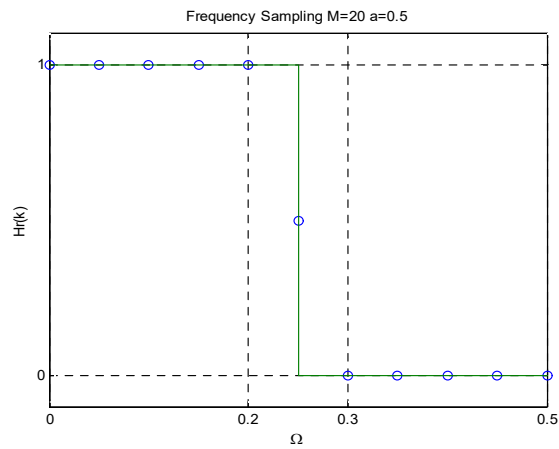


(b)

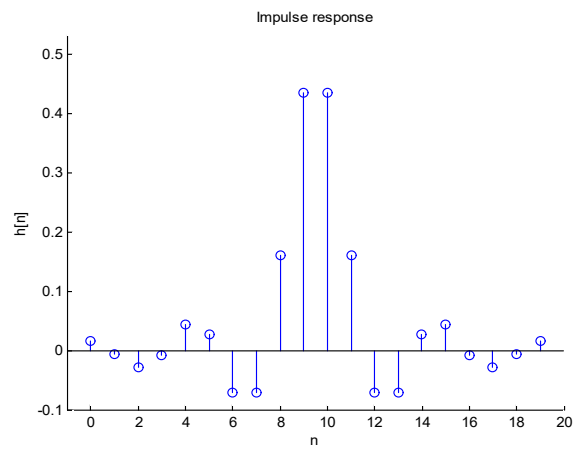


(c) $N = 20$

0	0.1π	0.2π	0.3π	0.4π	0.5π	0.6π	0.7π	0.8π	0.9π	π	1.1π	1.2π	1.3π	1.4π	1.5π	1.6π	1.7π	1.8π	1.9π
1	1	1	1	1	a	0	0	0	0	0	0	0	0	0	a	1	1	1	1



(d)



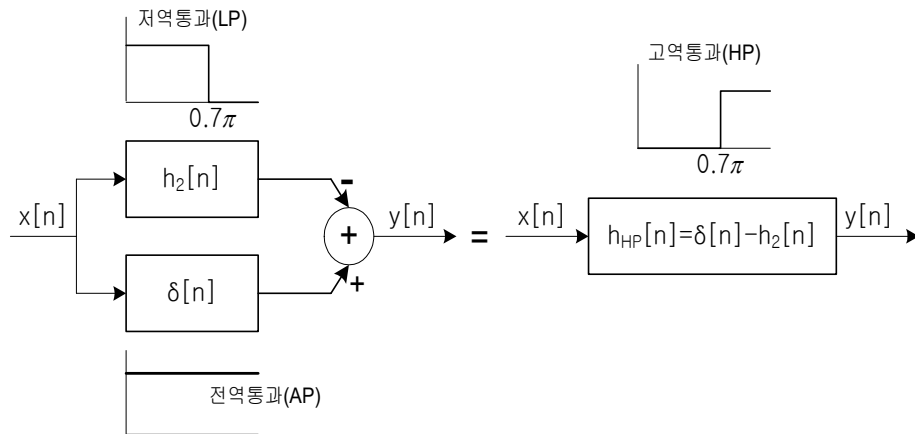
10.10

(a) 17

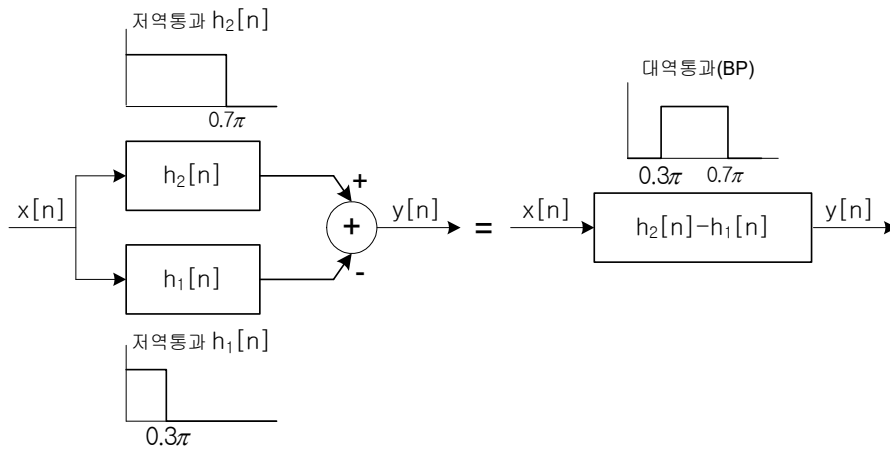
(b) 20

10.11

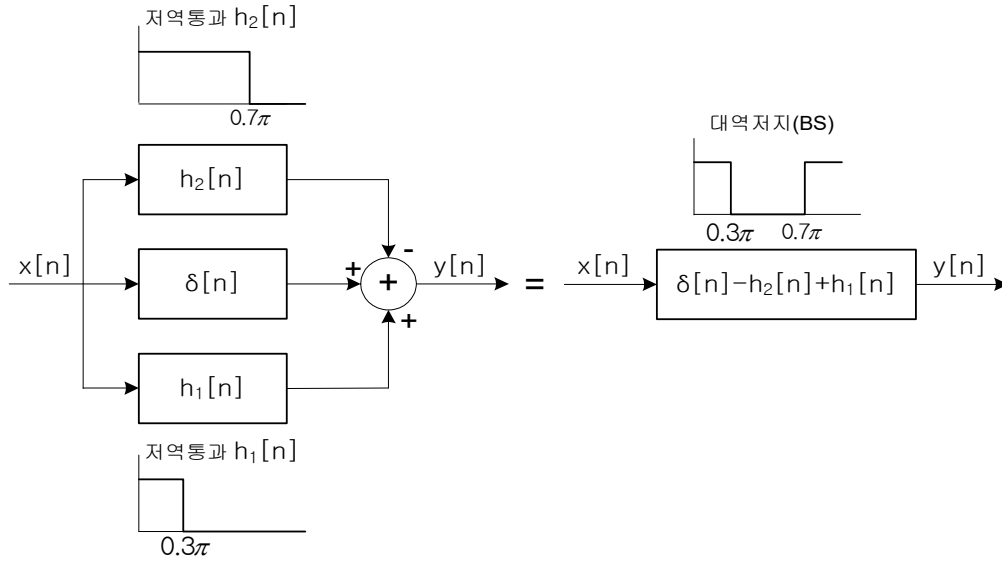
$$(a) H_{HP}(\Omega) = 1 - H_2(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| > 0.7\pi \\ 0, & |\Omega| < 0.7\pi \end{cases}$$



$$(b) H_{BP}(\Omega) = H_2(\Omega) - H_1(\Omega) = \begin{cases} 1, & 0.3\pi < |\Omega| < 0.7\pi \\ 0, & |\Omega| < 0.3\pi \\ 0, & |\Omega| > 0.7\pi \end{cases}$$



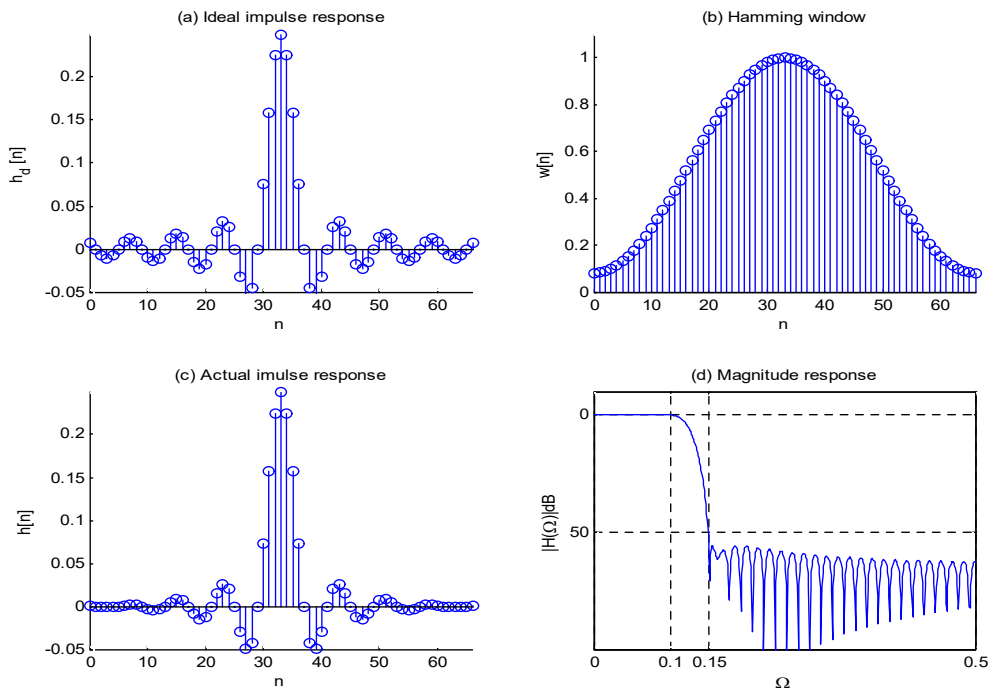
$$(c) \ H_{BS}(\Omega) = 1 - (H_2(\Omega) - H_1(\Omega)) = 1 + H_1(\Omega) - H_2(\Omega) = \begin{cases} 0, & 0.3\pi < |\Omega| < 0.7\pi \\ 1, & |\Omega| < 0.3\pi \\ 1, & |\Omega| > 0.7\pi \end{cases}$$



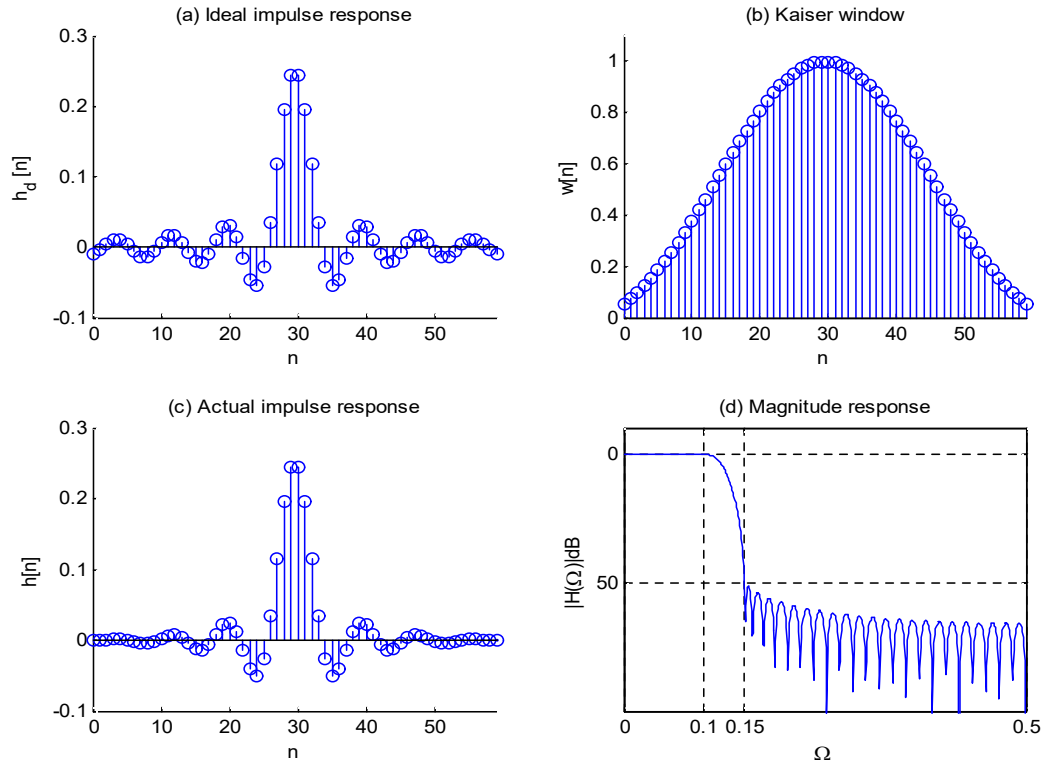
[응용 문제]

10.12 해밍 창을 선택,

$$N = 67 \quad \& \quad \Omega_c = \frac{\Omega_p + \Omega_s}{2} = \frac{0.2\pi + 0.3\pi}{2} = 0.25\pi$$



10.13 $\alpha = 0.1102(A_s - 8.7) = 0.1102(50 - 8.7) = 4.55126$ & $N = 60$



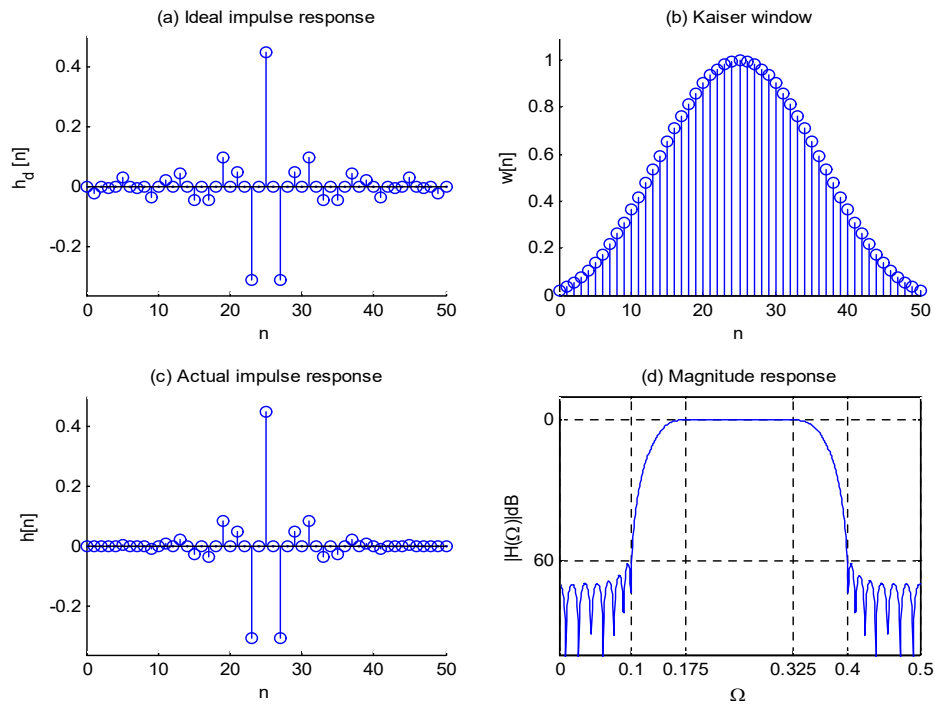
10.14 저지대역 감쇠 $A_s = 60\text{dB}$ 이므로 카이저 창을 이용하여 설계

$$\begin{aligned}\Omega_T &= \Omega_{pl} - \Omega_{sl} = \Omega_{su} - \Omega_{pu} = 0.15\pi \\ \Omega_{cl} &= \frac{\Omega_{pl} + \Omega_{sl}}{2} = \frac{0.2\pi + 0.35\pi}{2} = 0.275\pi \\ \Omega_{cu} &= \frac{\Omega_{su} + \Omega_{pu}}{2} = \frac{0.65\pi + 0.8\pi}{2} = 0.725\pi\end{aligned}$$

인 두 개의 저역통과 필터를 설계해야 한다.

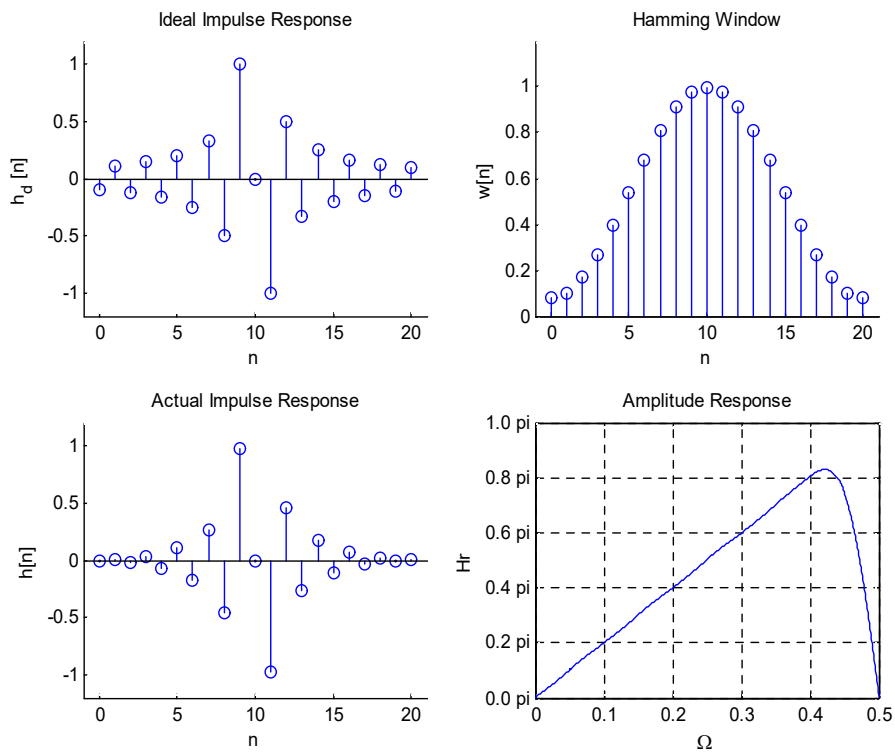
$$\alpha = 0.1102(A_s - 8.7) = 0.1102(60 - 8.7) = 5.65326 \text{ \& } N = 51$$

이상의 파라미터를 이용하여 차단 주파수 $\Omega_{c1} = 0.275\pi$ 인 저역통과 필터 $H_{LP1}(\Omega)$ 와 $\Omega_{c2} = 0.725\pi$ 인 저역통과 필터 $H_{LP2}(\Omega)$ 가 설계되면 대역통과 필터는 $H_{BP}(\Omega) = H_{LP2}(\Omega) - H_{LP1}(\Omega)$ 로 구해진다.



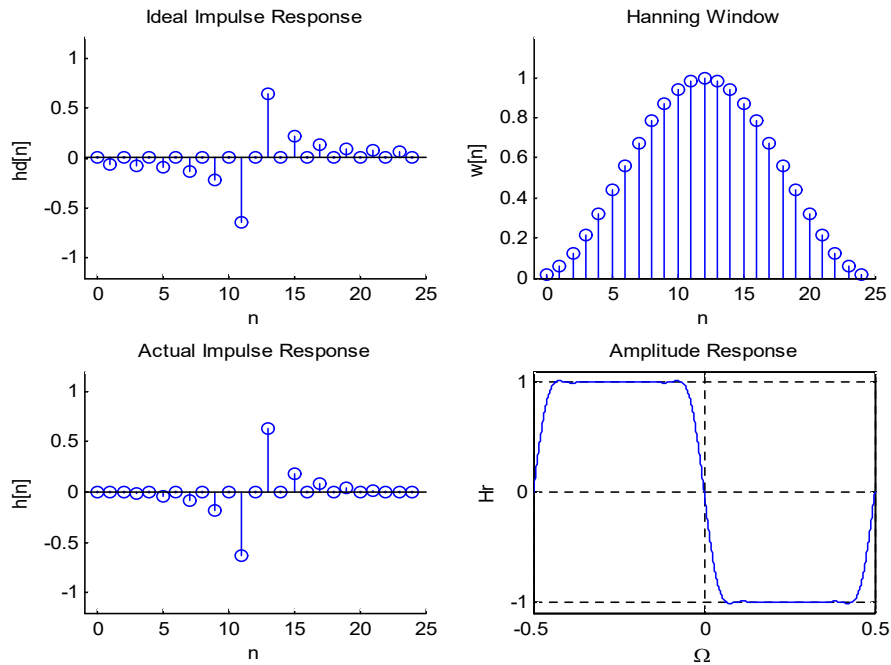
10.15
$$h[n] = \begin{cases} 0, & n = \alpha \\ \frac{\cos \pi(n - \alpha)}{n - \alpha}, & n \neq \alpha \end{cases} \quad \alpha = \frac{N-1}{2}$$

N 이 홀수이고, $h[n]$ 이 기함수 대칭이므로 이 인과 필터는 3형 선형위상 FIR 필터가 된다.

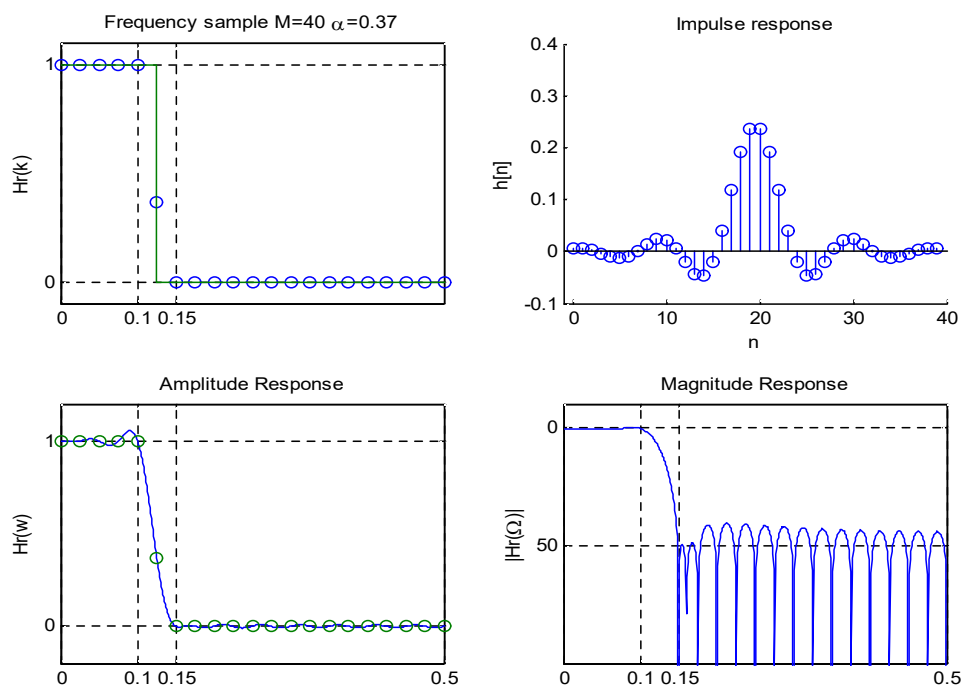


$$10.16 \quad h[n] = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \frac{\sin^2(\pi(n-\alpha)/2)}{n-\alpha}, & n \neq \alpha \\ 0, & n = \alpha \end{cases} \quad \alpha = \frac{N-1}{2}$$

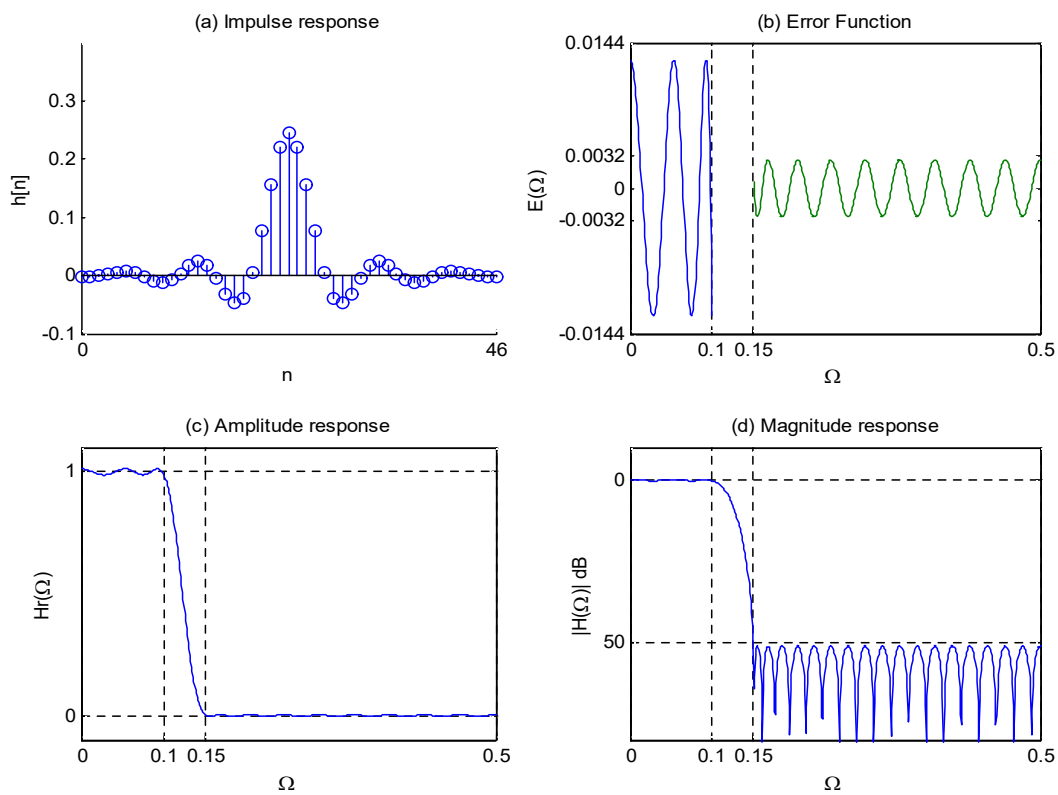
N 이 홀수이고, $h[n]$ 이 기함수 대칭이므로 이 인과 필터는 3형 선형위상 FIR 필터가 된다.



10.17 $\Omega = [0 \ 2\pi]$ 구간을 0.05π 간격으로 등간격 샘플링 \rightarrow 샘플 스펙트럼 수는 $N=40$ & $\alpha=0.37$



10.18 $M = 47$



매트랩 소스

```

wp = 0.2*pi;
ws = 0.3*pi;
Rp = 0.25;
As = 50;
delta1 = (10^(Rp/20)-1)/(10^(Rp/20)+ 1);
delta2 = (1+ delta1)*(10^(-As/20));
deltaH = max(delta1,delta2);
deltaL = min(delta1,delta2);
weights = [delta2/delta1 1];
deltaf = (ws-wp)/(2*pi);
M=ceil((-20*log10(sqrt(delta1*delta2))-13)/(14.6*deltaf)+ 1)
;
f = [0 wp/pi ws/pi 1];
m = [1 1 0 0];

h = remez(M-1,f,m,weights);
[H,w] = freqz(h,[1],1000,'whole');
    H = (H(1:1:501)); w = (w(1:1:501));
    mag = abs(H);
    db = 20*log10((mag+ eps)/max(mag));
    pha = angle(H);
delta_w = 2*pi/1000;

wsi=ws/delta_w+ 1;
wpi = wp/delta_w;
Asd = -max(db(wsi:1:501));

while(Asd < As)
    M = M+ 1
    h = remez(M-1,f,m,weights);
    [H,w] = freqz(h,[1],1000,'whole');
        H = (H(1:1:501));
        w = (w(1:1:501));
    mag = abs(H);
    db = 20*log10((mag+ eps)/max(mag));
    pha = angle(H);
    Asd = -max(db(wsi:1:501))
end

M = length(h);
L = (M-1)/2;
P = [h(L+ 1) 2*h(L:-1:1)]; % 1x(L+ 1) row vector
n = [0:1:L]; % (L+ 1)x1 column vector
omega = [0:1:500]*pi/500;
Hr = cos(omega*n)*P';

subplot(2,2,1);
stem([0:1:M-1],h);
title('(a) Impulse response');
axis([0 M-1 -0.1 0.4]);
xlabel('n');
ylabel('h[n]');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,M-1]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-0.1:0.1:0.3]);

subplot(2,2,4);
plot(w/(2*pi),db);
title('(d) Magnitude response');
axis([0,0.5,-80,10]);
xlabel('WOmega');
ylabel('|H(WOmega)| dB');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.1,0.15,0.5])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-50,0]);
set(gca,'YTickLabelMode','manual','YTickLabels',{'50'
;' 0'});
grid;

subplot(2,2,3);
plot(omega/(2*pi),Hr);
title('(c) Amplitude response');
axis([0 0.5 -0.1 1.1]);
xlabel('WOmega');
ylabel('Hr(WOmega)')
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.1,0.15,0.5])
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[0,1]);grid;

subplot(2,2,2);
pbw = omega(1:1:wpi+ 1)/(2*pi);
pbe = Hr(1:1:wpi+ 1)-1;
sbw = omega(wsi+ 1:501)/(2*pi);
sbe = Hr(wsi+ 1:501);
plot(pbw,pbe,sbw,sbe);

axis([0,0.5,-deltaH,deltaH]);
title('(b) Error Function');
xlabel('WOmega');
ylabel('E(WOmega)');
set(gca,'XTickMode','manual','XTick',[0,0.1,0.15,0.5]);
set(gca,'YTickMode','manual','YTick',[-deltaH,-deltaL
,0,deltaL,deltaH]);
set(gca,'XGrid','on');

```