

9장 연습문제 정답

[Section 9.1]

1.

- (a) 참
- (b) 참
- (c) 거짓 / 서로 직교하므로 모두 선형독립이다.
- (d) 참
- (e) 참
- (f) 참
- (g) 참
- (h) 참
- (i) 거짓 / $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}}^\top \mathbf{u}$ 이다.
- (j) 거짓 / 복소벡터의 내적은 교환법칙이 성립하지 않는다.
- (k) 거짓 / 에르미트 행렬의 고윳값은 실수이다.

2.

- (a) 직교기저
- (b) 정규직교기저
- (c) 직교기저
- (d) 정규직교기저
- (e) 정규직교기저
- (f) 직교기저
- (g) 직교기저
- (h) 직교기저
- (i) 직교기저

3.

(a) $\frac{5}{3} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{2}{9} \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(b) $\frac{13}{12} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{7}{12} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{10}{9} \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$

4.

(a) $3 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + 1 \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$

(b) $1 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 19 \end{bmatrix}$

5.

직교행렬이다.

6.

- (a) 직교행렬이 아니다.
- (b) 직교행렬이다.
- (c) 직교행렬이다.
- (d) 직교행렬이 아니다.
- (e) 직교행렬이다
- (f) 직교행렬이다
- (g) 직교행렬이다.

7.

(a) $\begin{bmatrix} 1+2i \\ 3i \\ 2-4i \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1+2i \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 12+4i \\ 10 \\ -10-10i \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 4-10i \\ 3-9i \\ -14+16i \end{bmatrix}$

8.

(a) $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 15 - 4i$, $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{29}$, $\|\mathbf{y}\| = \sqrt{30}$

(b) $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = -5 + 25i$, $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{70}$, $\|\mathbf{y}\| = \sqrt{47}$

9.

- (a) 에르미트 행렬이 아니다.
- (b) 에르미트 행렬이 아니다.
- (c) 에르미트 행렬이 아니다.
- (d) 에르미트 행렬이다.

10.

- (a) $2 + 3i$
- (b) $5 - i$
- (c) $\sqrt{13}$
- (d) 2

11.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

12.

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = -8, \quad \|\mathbf{u}\| = \sqrt{29}$$

13.

$$a = 4, b = 0, c = \pm 3$$

14.

$$a = 2, b = -3, c = 0, d = -3$$

15.

$$(a) 0, 2 \quad (b) 0, 3$$

16.

$$-1, -2, 6$$

17.

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$$

18.

$$(a) \text{ 유니타리 행렬이다.} \quad (b) \text{ 유니타리 행렬이다.}$$

19.

$$\text{유니타리 행렬이 아니다.}$$

[Section 9.2]

20.

- (a) 거짓 / 작거나 같다.
(b) 참
(c) 참
(d) 거짓 / 정규직교인 열벡터로 구성된 행렬과 상삼각행렬로 분해하여 표현한다.

21.

$$\frac{8}{5} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

22.

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

23.

$$(a) \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$(b) \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 19 \\ 39 \\ 64 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 30 \\ 10 \\ -15 \end{bmatrix}$$

$$(c) \hat{\mathbf{x}} = -\frac{6}{14} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = \frac{18}{14} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

24.

$$(a) \hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 37 \\ 38 \\ 27 \end{bmatrix}$$

$$(b) \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

25.

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

26.

$$\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\| = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

27.

$$\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = 3$$

28.

$$\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

29.

$$(a) \left\{ \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$(b) \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

30.

$$(a) \left\{ \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{1}{\sqrt{70}} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{1}{\sqrt{45}} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$$

$$(b) \left\{ \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

$$(c) \left\{ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \frac{1}{\sqrt{12}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$$

31.

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} \right\}$$

32.

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 2\sqrt{2} \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} -1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

33.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{11}} & \frac{-4}{\sqrt{66}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{11}} & \frac{7}{\sqrt{66}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{3}{\sqrt{11}} & \frac{-1}{\sqrt{66}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{11} & \frac{4}{\sqrt{11}} & \frac{5}{\sqrt{11}} \\ 0 & \frac{\sqrt{66}}{11} & \frac{-9}{\sqrt{66}} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} \end{bmatrix}$$

34.

$$\{1, \sqrt{3}(2x-1)\}$$

35.

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{6}}{2}x, \frac{3\sqrt{10}}{4}\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) \right\}$$

[Section 9.3]

36.

- (a) 참
- (b) 참
- (c) 참

37.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

38.

- (a) $x_1 = 23/7, x_2 = 8/7$
- (b) $x_1 = 7/4, x_2 = 3/4$
- (c) $x_1 = 2.71, x_2 = -3.71$

39.

$$\begin{bmatrix} 9 \\ -3 \end{bmatrix}$$

[Section 9.4]

40.

- (a) 참
- (b) 거짓 / 푸리에 급수는 주기함수를 표현하는 데 사용한다.
- (c) 참
- (d) 거짓 / n 개의 기저를 사용하여 표현한다.
- (e) 참

41.

$$f(x) = -3x^2 + 16.4x - 12$$

42.

24

43.

$$f(x) \approx \sum_{k=1}^n \frac{2(-1)^{k+1}}{k} \sin kx$$

44.

$$\begin{bmatrix} 20 \\ -4i \\ 12 \\ 4i \end{bmatrix}$$

45.

$$\begin{bmatrix} 10 \\ -5-i \\ 4 \\ -5+i \end{bmatrix}$$