

- 오타자 확인 방법
한빛출판네트워크 홈페이지(<http://www.hanbit.co.kr/>) 접속
→ 도서명 ‘프리드버그 선형대수학’ 검색 → 오타자 보기
- **별도의 색** 표시를 한 문항
구글 링크에서 답을 확인할 수 있습니다.

1장 벡터공간

1.1 절

- (b)와 (c)만 평행하다.
- (a) $x = (3, -2, 4) + t(-8, 9, -3)$ (c) $x = (3, 7, 2) + t(0, 0, -10)$
- (a) $x = (2, -5, -1) + s(-2, 9, 7) + t(-5, 12, 2)$
(c) $x = (-8, 2, 0) + s(9, 1, 0) + t(14, -7, 0)$
- <http://goo.gl/eYTxuU>

1.2 절

- (a) 참 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓
(g) 거짓 (h) 거짓 (i) 참 (j) 참 (k) 참
- $M_{13} = 3, M_{21} = 4, M_{22} = 5$
- (a) $\begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ -4 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 8 & 20 & -12 \\ 4 & 0 & 28 \end{pmatrix}$
(e) $2x^4 + x^3 + 2x^2 - 2x + 10$ (g) $10x^7 - 30x^4 + 40x^2 - 15x$
- <http://goo.gl/WFWgzX>
- V는 R -벡터공간이 아니다. (VS4)가 성립하지 않기 때문이다.
- V는 R -벡터공간이다.
- V는 C -벡터공간이 아니다.
- V는 F -벡터공간이 아니다. (VS5)가 성립하지 않기 때문이다.
- 2^{mn}

1.3 절

- (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 참 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓 (g) 거짓

2. (a) $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, 대각합 : -5 (c) $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 \\ 9 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ (g) $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

8. (a) 부분공간이다. (c) 부분공간이다. (e) 부분공간이 아니다.

11. W 는 $P(F)$ 의 부분공간이 아니다. 집합이 덧셈에 대하여 닫혀있지 않기 때문이다.

15. 주어진 집합은 $C(R)$ 의 부분공간이다.

20. <http://goo.gl/KTg35w>

1.4 절

1. (a) 참 (b) 거짓 (c) 참 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓

2. (a) $\{r(1, 1, 0, 0) + s(-3, 0, -2, 1) + (5, 0, 4, 0) : r, s \in R\}$

(c) 해가 없다.

(e) $\{r(10, -3, 1, 0, 0) + s(-3, 2, 0, 1, 0) + (-4, 3, 0, 0, 5) : r, s \in R\}$

3. (a) 표현할 수 있다. (c) 표현할 수 없다. (e) 표현할 수 없다.

4. (a) 표현할 수 있다. (c) 표현할 수 있다. (e) 표현할 수 없다.

5. (a) 생성공간에 속한다. (c) 생성공간에 속하지 않는다.

(e) 생성공간에 속한다. (g) 생성공간에 속한다.

13. <http://goo.gl/Fi8Epr>

1.5 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 참

2. (a) 일차종속 (c) 일차독립 (e) 일차종속 (g) 일차종속 (i) 일차독립

7. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

11. 2^n

21. <http://goo.gl/pVqr4y>

1.6 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓

(g) 거짓 (h) 참 (i) 거짓 (j) 참 (k) 참 (l) 참

2. (a) 기저이다. (c) 기저이다. (e) 기저가 아니다.

3. (a) 기저가 아니다. (c) 기저이다. (e) 기저가 아니다.

4. $P_3(R)$ 를 생성하지 않는다.

5. \mathbb{R}^3 의 부분집합이 아니다.
7. $\{u_1, u_2, u_5\}$
9. $(a_1, a_2, a_3, a_4) = a_1 u_1 + (a_2 - a_1)u_2 + (a_3 - a_2)u_3 + (a_4 - a_3)u_4$
10. (a) $-4x^2 - x + 8$ (c) $-x^3 + 2x^2 + 4x - 5$
13. $\{(1, 1, 1)\}$
15. $n^2 - 1$
17. $\frac{1}{2}n(n-1)$
20. <http://goo.gl/wE2wwA>
26. n
30. $\dim(W_1) = 3, \dim(W_2) = 2, \dim(W_1 + W_2) = 4, \dim(W_1 \cap W_2) = 1$

1.7 절

1. (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 참 (f) 참
5. <http://goo.gl/fNWSDM>

2장 선형변환과 행렬

2.1 절

1. (a) 참 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 거짓 (f) 거짓
(g) 참 (h) 거짓
2. nullity : 1, 랭크 : 2. T 는 단사가 아니지만 전사이다.
4. nullity : 4, 랭크 : 2. T 는 단사도, 전사도 아니다.
5. nullity : 0, 랭크 : 3. T 는 단사이지만 전사가 아니다.
10. $T(2, 3) = (5, 11)$ 이다. T 는 단사이다.
12. 조건을 만족하는 선형변환 T 는 존재하지 않는다.
13. <http://goo.gl/kmaQS2>

2.2 절

1. (a) 참 (b) 참 (c) 거짓 (d) 참 (e) 참 (f) 거짓
2. (a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (c) $(2 \ 1 \ -3)$ (d) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (f) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (g) $(1 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1)$

3. $[T]_{\beta}^{\gamma} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -1 \\ 0 & 1 \\ \frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix}$, $[T]_{\alpha}^{\gamma} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{3} & -\frac{11}{3} \\ 2 & 3 \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$

5. (a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ (e) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$

12. <http://goo.gl/k9ZrQb>

2.3 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 참 (e) 거짓
(f) 거짓 (g) 거짓 (h) 거짓 (i) 참 (j) 참

2. (a) $A(2B + 3C) = \begin{pmatrix} 20 & -9 & 18 \\ 5 & 10 & 8 \end{pmatrix}$, $A(BD) = \begin{pmatrix} 29 \\ -26 \end{pmatrix}$

(b) $A^t B = \begin{pmatrix} 23 & 19 & 0 \\ 26 & -1 & 10 \end{pmatrix}$, $CB = \begin{pmatrix} 27 & 7 & 9 \end{pmatrix}$

3. (a) $[T]_{\beta} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $[U]_{\beta}^{\gamma} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $[UT]_{\beta}^{\gamma} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

4. (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ (c) (5)

12. (a) U는 반드시 단사일 필요가 없다. (b) T는 반드시 전사일 필요가 없다.

15. <http://goo.gl/sRpves>

2.4 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참
(f) 거짓 (g) 참 (h) 참 (i) 참

2. (a) 가역이 아니다. (b) 가역이 아니다. (c) 가역이다.
(d) 가역이 아니다. (e) 가역이 아니다. (f) 가역이다.

3. (a) 서로 동형이 아니다. (b) 서로 동형이다.
(c) 서로 동형이다. (d) 서로 동형이 아니다.

5. <http://goo.gl/suFm6V>

19. (a) $[T]_{\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2.5 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 참

2. (a) $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

3. (a) $\begin{pmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_0 & b_0 & c_0 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (e) $\begin{pmatrix} 5 & -6 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

4. $[T]_{\beta'} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 13 \\ -5 & -9 \end{pmatrix}$

5. $[T]_{\beta'} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

6. (a) $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $[L_A]_{\beta} = \begin{pmatrix} 6 & 11 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$

(c) $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $[L_A]_{\beta} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -3 & -4 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

7. (a) $T(x, y) = \frac{1}{1+m^2}((1-m^2)x + 2my, 2mx + (m^2-1)y)$

13. <http://goo.gl/vsxsGH>

2.6 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 참 (e) 거짓 (f) 참 (g) 참 (h) 거짓

2. (a), (c), (e), (f)의 함수 f 가 선형범함수이다.

3. (a) $f_1(x, y, z) = x - \frac{1}{2}y$, $f_2(x, y, z) = \frac{1}{2}y$, $f_3(x, y, z) = -x + z$

5. V 의 기저는 $\{p_1(x), p_2(x)\}$ 이다. (이때, $p_1(x) = 2 - 2x$, $p_2(x) = -\frac{1}{2} + x$)

7. (a) $T^t(f) = g$ 이다. 이때, $g(a+bx) = -3a - 4b$ 이다.

(b) $[T^t]_{\gamma^*}^{\beta^*} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ (c) $[T]_{\beta}^{\gamma} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

11. <http://goo.gl/Lkd6XZ>

2.7 절

1. (a) 참 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓 (g) 참

2. (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 참 (d) 참 (e) 거짓

3. (a) $\{e^{-t}, te^{-t}\}$ (c) $\{e^{-t}, te^{-t}, e^t, te^t\}$ (e) $\{e^{-t}, e^t \cos 2t, e^t \sin 2t\}$

4. (a) $\{e^{(1+\sqrt{5})t/2}, e^{(1-\sqrt{5})t/2}\}$ (c) $\{1, e^{-4t}, e^{-2t}\}$

10. <http://goo.gl/oKTEbV>

3장 기본행렬연산과 연립일차방정식

3.1 절

- (a) 참 (b) 거짓 (c) 참 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓
(g) 참 (h) 거짓 (i) 참
- A의 2열에 1열의 -2 배를 더하면 A를 B로 바꿀 수 있다.
- (a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

9. <http://goo.gl/oNJBfz>

3.2 절

- (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 참 (d) 참 (e) 거짓 (f) 참
(g) 참 (h) 참 (i) 참
- (a) 2 (c) 2 (e) 3 (g) 1
- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 이 행렬의 랭크는 2이다.
- (a) 랭크 : 2, 역행렬은 $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 이다.
(c) 랭크 : 2, 역행렬은 존재하지 않는다.
(e) 랭크 : 3, 역행렬은 $\begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 이다.
(g) 랭크 : 4, 역행렬은 $\begin{pmatrix} -51 & 15 & 7 & 12 \\ 31 & -9 & -4 & -7 \\ -10 & 3 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 이다.
- (a) $T^{-1}(ax^2 + bx + c) = -ax^2 - (4a + b)x - (10a + 2b + c)$
(c) $T^{-1}(a, b, c) = (\frac{1}{6}a - \frac{1}{3}b + \frac{1}{2}c, \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}c, -\frac{1}{6} + \frac{1}{3}b + \frac{1}{2}c)$
(e) $T^{-1}(a, b, c) = (\frac{1}{2}a - b + \frac{1}{2}c)x^2 + (-\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c)x + b$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

9. <http://goo.gl/7KgM6F>

20. (a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3.3 절

1. (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓
(f) 거짓 (g) 참 (h) 거짓

2. (a) $\left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ (c) $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

(e) $\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ (g) $\left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

3. (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} : t \in R \right\}$ (c) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} : t \in R \right\}$

(e) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} : r, s, t \in R \right\}$

(g) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} : r, s \in R \right\}$

4. (b) (1) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{4}{9} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

6. $T^{-1}\{(1, 11)\} = \left\{ \begin{pmatrix} \frac{11}{2} \\ -\frac{9}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} : t \in R \right\}$

7. 연립일차방정식 (b), (c), (d)는 해가 있다.

9. <http://goo.gl/JfwjBa>

11. 농부, 재단사, 목수의 생산 비율은 4 : 3 : 4가 되어야 한다.

13. 첫 번째 재화는 7.8(단위), 두 번째 재화는 9.5(단위)가 생산되어야 한다.

3.4 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 참 (e) 거짓 (f) 참 (g) 참

2. (a) $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ (e) $\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} : r, s \in R \right\}$
- (g) $\left\{ \begin{pmatrix} -23 \\ 0 \\ 7 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -23 \\ 0 \\ 6 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} : r, s \in R \right\}$
- (i) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} : r, s \in R \right\}$
4. (a) $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{1}{3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} : t \in R \right\}$ (c) 주어진 연립일차방정식의 해는 없다.
5. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & -1 & 3 & -2 & -7 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & -9 \end{pmatrix}$
7. $\{u_1, u_2, u_5\}$
11. (b) $\{(1, 2, 1, 0, 0), (2, 1, 0, 0, 0), (1, 0, 0, 1, 0), (-2, 0, 0, 0, 1)\}$
13. (b) $\{(1, 0, 1, 1, 1, 0), (0, 2, 1, 1, 0, 0), (1, 1, 1, 0, 0, 0), (-3, -2, 0, 0, 0, 1)\}$
15. <http://goo.gl/cZVzxM>

4장 행렬식

4.1 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참
2. (a) 30 (c) -8
3. (a) $-10 + 15i$ (c) -24
4. (a) 19 (c) 14

12. <http://goo.gl/ztwxWA>

4.2 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 참 (e) 거짓 (f) 거짓
(g) 거짓 (h) 참

3. 42 5. -12 7. -12 9. 22 11. -3
13. -8 15. 0 17. -49 19. $-28 - i$ 21. 95
29. <http://goo.gl/6ZoU5Z>

4.3 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 참 (e) 거짓 (f) 참
 (g) 거짓 (h) 거짓
3. $(4, -3, 0)$ 5. $(-20, -48, -8)$ 7. $(0, -12, 16)$
21. <http://goo.gl/4sG3iv>

24. $t^n + a_{n-1}t^{n-1} + \cdots + a_1t + a_0$

26. (a) $\begin{pmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$
(e) $\begin{pmatrix} -3i & 0 & 0 \\ 4 & -1+i & 0 \\ 10+16i & -5-3i & 3+3i \end{pmatrix}$ (g) $\begin{pmatrix} 18 & 28 & -6 \\ -20 & -21 & 37 \\ 48 & 14 & -16 \end{pmatrix}$

4.4 절

1. (a) 참 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓 (f) 참
 (g) 참 (h) 거짓 (i) 참 (j) 참 (k) 참
2. (a) 22 (c) $2 - 4i$
3. (a) -12 (c) -12 (e) 22 (g) -3
4. (a) 0 (c) -49 (e) $-28 - i$ (g) 95
6. <http://goo.gl/pGMdpX>

4.5 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓 (f) 참
3. 3-선형함수가 아니다. 5. 3-선형함수이다.
7. 3-선형함수이다. 9. 3-선형함수가 아니다.
11. <http://goo.gl/FKcuqu>

5장 대각화

5.1 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓 (f) 거짓
(g) 거짓 (h) 참 (i) 참 (j) 거짓 (k) 거짓
2. (a) $11, t^2 - 5t + 11$ (c) $-2, t^4 - 2t^3 + t^2 - 2$
3. (a) $[T]_\beta = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, β 는 T 의 고유벡터로 이루어진 기저가 아니다.
(c) $[T]_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, β 는 T 의 고유벡터로 이루어진 기저이다.
(e) $[T]_\beta = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, β 는 T 의 고유벡터로 이루어진 기저가 아니다.
4. (a) 고윳값은 4, -1이다. 고유벡터의 기저는 $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ 이다.
 $Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
(c) 고윳값은 1, -1이다. 고유벡터의 기저는 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1-i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1-i \end{pmatrix} \right\}$ 이다.
 $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1-i & -1-i \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
5. (a) $\lambda = 3, 4$ $\beta = \{(3, 5), (1, 2)\}$
(b) $\lambda = -1, 1, 2$ $\beta = \{(1, 2, 0), (1, -1, -1), (2, 0, -1)\}$
(f) $\lambda = 1, 3$ $\beta = \{-2 + x, -4 + x^2, -8 + x^3, x\}$
(h) $\lambda = -1, 1, 1, 1$ $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$
(i) $\lambda = 1, 1, -1, -1$ $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$
(j) $\lambda = -1, 1, 5$ $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

15. <http://goo.gl/7Qss2u>

25. 4

5.2 절

1. (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 참 (f) 거짓
(g) 참 (h) 참 (i) 거짓
2. (a) 대각화 불가능하다. (c) $Q = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$
(e) 대각화 불가능하다. (g) $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

3. (a) 대각화 불가능하다. (c) 대각화 불가능하다.
(d) $\beta = \{x - x^2, 1 - x - x^2, x + x^2\}$ (e) $\beta = \{(1, 1), (1, -1)\}$

7. $A^n = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5^n + 2(-1)^n & 2(5^n) - 2(-1)^n \\ 5^n - (-1)^n & 2(5^n) + (-1)^n \end{pmatrix}$

12. <http://goo.gl/gJSjRU>

15. (b) $x(t) = c_1 e^{3t} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(c) $x(t) = e^t \left[c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + c_3 e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

5.3 절

1. (a) 참 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 참
(g) 참 (h) 거짓 (i) 거짓 (j) 참

2. (a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} \frac{7}{13} & \frac{7}{13} \\ \frac{6}{13} & \frac{6}{13} \end{pmatrix}$ (e) 극한이 존재하지 않는다.

(g) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ (i) 극한이 존재하지 않는다.

6. 6월 1로 시작하는 주에 이송된 환자들은 1주 후 다음과 같은 4단계에 있다.
환자의 25%는 퇴원한다. 환자의 20%는 보행가능하다.
환자의 41%는 병상에서 일어나지 못한다. 환자의 14%는 사망한다.
궁극적으로 회복할 확률은 $\frac{59}{90}$ 이고, 사망할 확률은 $\frac{31}{90}$ 이다.

7. $\frac{3}{7}$

8. (a), (b)가 regular 추이행렬이다.

9. (a) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ (c) 극한이 존재하지 않는다.

(e) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (g) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}$

10. (a) 2단계에서 각 상태의 비율 : $\begin{pmatrix} 0.225 \\ 0.441 \\ 0.334 \end{pmatrix}$, 궁극적인 비율 : $\begin{pmatrix} 0.20 \\ 0.60 \\ 0.20 \end{pmatrix}$

(c) 2단계에서 각 상태의 비율 : $\begin{pmatrix} 0.372 \\ 0.225 \\ 0.403 \end{pmatrix}$, 궁극적인 비율 : $\begin{pmatrix} 0.50 \\ 0.20 \\ 0.30 \end{pmatrix}$

(e) 2단계에서 각 상태의 비율 : $\begin{pmatrix} 0.329 \\ 0.334 \\ 0.337 \end{pmatrix}$, 궁극적인 비율 : $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

12. 새 안감 : $\frac{9}{19}$, 한 번 사용한 안감 : $\frac{6}{19}$, 두 번 사용한 안감 : $\frac{4}{19}$

13. 1995년 미국의 운전자 중 24%는 대형차를, 34%는 중형차를, 42%는 소형차를 운전한다.
궁극적인 비율은 대형차 10%, 중형차 30%, 소형차 60%이다.

17. <http://goo.gl/V5Hsou>

20. $e^O = I, e^I = eI$

5.4 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 참 (g) 참

2. (a), (c), (d)의 부분공간 W가 V의 T-불변 부분공간이다.

6. (a) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$ (c) $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

9. (a) $-t(t^2 - 3t + 3)$ (c) $1 - t$

10. (a) $t(t-1)(t^2 - 3t + 3)$ (c) $(t-1)^3(t+1)$

15. <http://goo.gl/ZMVn9i>

18. (c) $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

31. (a) $t^2 - 6t + 6$ (c) $-(t+1)(t^2 - 6t + 6)$

6장 내적공간

6.1 절

1. (a) 참 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 거짓 (f) 거짓 (g) 거짓
(h) 참

2. $\langle x, y \rangle = 8 + 5i, \|x\| = \sqrt{7}, \|y\| = \sqrt{14}, \|x + y\| = \sqrt{37}$

3. $\langle f, g \rangle = 1, \|f\| = \frac{\sqrt{3}}{3}, \|g\| = \sqrt{\frac{e^2 - 1}{2}}, \|f + g\| = \sqrt{\frac{11 + 3e^2}{6}}$

10. <http://goo.gl/1iTZzC>

16. (b) 이 연산은 V의 내적이 아니다.

6.2 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓 (g) 참

2. 각각의 정규직교기저와 푸리에 계수는 다음과 같다.

$$(b) \left\{ \frac{\sqrt{3}}{3}(1, 1, 1), \frac{\sqrt{6}}{6}(-2, 1, 1), \frac{\sqrt{2}}{2}(0, -1, 1) \right\}; \quad \frac{2\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$(c) \left\{ 1, 2\sqrt{3}\left(x - \frac{1}{2}\right), 6\sqrt{5}\left(x^2 - x + \frac{1}{6}\right) \right\}; \quad \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0.$$

$$(e) \left\{ \frac{1}{5}(2, -1, -2, 4), \frac{1}{\sqrt{30}}(-4, 2, -3, 1), \frac{1}{\sqrt{155}}(-3, 4, 9, 7) \right\}; \quad 10, 3\sqrt{30}, \sqrt{155}$$

$$(g) \left\{ \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{6\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}, \frac{1}{9\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} \right\}; \quad 24, 6\sqrt{2}, -9\sqrt{2}$$

$$(i) \left\{ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin t, \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos t, \sqrt{\frac{\pi}{\pi^2-8}} \left(1 - \frac{4}{\pi} \sin t\right), \sqrt{\frac{12\pi}{\pi^4-96}} \left(t + \frac{4}{\pi} \cos t - \frac{\pi}{2}\right) \right\};$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}}(2\pi + 2), -4\sqrt{\frac{2}{\pi}}, \sqrt{\frac{\pi^2-8}{\pi}}(1 + \pi), \sqrt{\frac{\pi^4-96}{3\pi}}$$

$$(k) \left\{ \frac{1}{\sqrt{47}}(-4, 3 - 2i, i, 1 - 4i), \frac{1}{\sqrt{60}}(3 - i, -5i, -2 + 4i, 2 + i), \right.$$

$$\left. \frac{1}{\sqrt{1160}}(-17 - i, -9 + 8i, -18 + 16i, -9 + 8i) \right\};$$

$$\sqrt{47}(-1 - i), \sqrt{60}(-1 + 2i), \sqrt{1160}(1 + i)$$

$$(m) \left\{ \frac{1}{\sqrt{18}} \begin{pmatrix} -1 + i & -i \\ 2 - i & 1 + 3i \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{246}} \begin{pmatrix} -4i & -11 - 9i \\ 1 + 5i & 1 - i \end{pmatrix}, \right.$$

$$\left. \frac{1}{\sqrt{39063}} \begin{pmatrix} -5 - 118i & -7 - 26i \\ -145i & -58 \end{pmatrix} \right\}; \quad \sqrt{18}(2 + i), \sqrt{246}(-1 - i), 0$$

4. $S^\perp = \text{span}(\{(i, -\frac{1}{2}(1 + i), 1)\})$

5. S_0^\perp 는 원점을 지나는 평면이며 x_0 에 수직이다.

S^\perp 는 원점을 지나는 직선이며 x_1 과 x_2 로 이루어진 평면에 수직이다.

11. <http://goo.gl/iKcC4S>

19. (a) $\frac{1}{17} \begin{pmatrix} 26 \\ 104 \end{pmatrix}$ (b) $\frac{1}{14} \begin{pmatrix} 29 \\ 17 \\ 40 \end{pmatrix}$

20. (b) $\frac{1}{\sqrt{14}}$

6.3 절

1. (a) 참 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 거짓 (f) 참 (g) 참

2. (a) $y = (1, -2, 4)$ (c) $y = 210x^2 - 204x + 33$

3. (a) $\mathsf{T}^*(x) = (11, -12)$ (c) $\mathsf{T}^*(f(t)) = 12 + 6t$

14. $\mathsf{T}^*(x) = \langle x, z \rangle y$

18. <http://goo.gl/csqqoFY>

20. (a) 일차함수 : $y = -2t + \frac{5}{2}$, 오차 $E = 1$

이차함수 : $y = \frac{1}{3}t^2 - \frac{4}{3}t + 2$, 오차 $E = 0$

(b) 일차함수 : $y = 1.25t + 0.55$, 오차 $E = 0.3$

이차함수 : $\frac{1}{56}t^2 + \frac{15}{14}t + \frac{239}{280}$, $E = 0.22857$ (근삿값)

21. 스프링 상수의 근삿값은 2.1이다.

22. (b) $x = \frac{2}{7}$, $y = \frac{3}{7}$, $z = \frac{1}{7}$ (d) $x = \frac{7}{12}$, $y = \frac{1}{12}$, $z = \frac{1}{4}$, $w = -\frac{1}{12}$

6.4 절

1. (a) 참 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 참 (f) 참 (g) 거짓 (h) 참

2. (a) T 는 자기수반연산자이다.

고유벡터로 이루어진 정규직교기저는 $\left\{ \frac{1}{\sqrt{5}}(1, -2), \frac{1}{\sqrt{5}}(2, 1) \right\}$ 이며,

각 고유벡터에 대응하는 고윳값은 6, 1이다.

(c) T 는 정규연산자이지만, 자기수반연산자는 아니다.

고유벡터로 이루어진 정규직교기저는 $\left\{ \frac{1}{2}(1+i, \sqrt{2}), \frac{1}{2}(1+i, -\sqrt{2}) \right\}$ 이며,

각 고유벡터에 대응하는 고윳값은 $2 + \frac{1+i}{\sqrt{2}}$, $2 - \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 이다.

(e) T 는 자기수반연산자이다.

고유벡터로 이루어진 정규직교기저는 다음과 같다.

$$\left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

각 고유벡터에 대응하는 고윳값은 1, 1, -1, 1이다.

19. <http://goo.gl/cQch7i>

6.5 절

1. (a) 참 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 거짓 (f) 참
(g) 거짓 (h) 거짓 (i) 거짓

2. (a) $P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$(d) P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. T_z 는 모든 $z \in C$ 에 대하여 정규연산자이다.

T_z 가 자기수반연산자가 되기 위한 필요충분조건은 $z \in R$ 인 것이다.

T_z 가 유니타리 연산자가 되기 위한 필요충분조건은 $|z| = 1$ 인 것이다.

5. (d)의 두 행렬만 유니타리 동치이다.

7. <http://goo.gl/jADTaS>

25. $2(\psi - \phi)$

26. (a) $\psi - \frac{\phi}{2}$ (b) $\psi + \frac{\phi}{2}$

27. (a) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}x' + \frac{1}{\sqrt{2}}y', y = \frac{1}{\sqrt{2}}x' - \frac{1}{\sqrt{2}}y'$ 에 대하여
새로운 이차형식은 $3(x')^2 - (y')^2$ 이다.

(c) $x = \frac{3}{\sqrt{13}}x' + \frac{2}{\sqrt{13}}y', y = \frac{-2}{\sqrt{13}}x' + \frac{2}{\sqrt{13}}y'$ 에 대하여
새로운 이차형식은 $5(x')^2 - 8(y')^2$ 이다.

29. (c) $Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{6}}{6} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{6}}{6} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & 2\sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{3} \end{pmatrix}$

(e) $x_1 = 3, x_2 = -5, x_3 = 4$

6.6 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓

2. $W = \text{span}(\{(1, 2)\})$ 에 대하여 $[T]_\beta = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$ 이다.

3. (2) (a) $T_1(a, b) = \frac{1}{2}(a + b, a + b), T_2(a, b) = \frac{1}{2}(a - b, -a + b)$

(d) $T_1(a, b, c) = \frac{1}{3}(2a - b - c, -a + 2b - c, -a - b + 2c),$

$T_2(a, b, c) = \frac{1}{3}(a + b + c, a + b + c, a + b + c)$

11. <http://goo.gl/utQ9Pb>

6.7 절

1. (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 참 (d) 참 (e) 거짓 (f) 거짓 (g) 참

2. (a) $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, u_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, u_3 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\sigma_1 = \sqrt{3}, \sigma_2 = \sqrt{2}$

(c) $v_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sin x, v_2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cos x, v_3 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$

$u_1 = \frac{\cos x + 2 \sin x}{\sqrt{5\pi}}, u_2 = \frac{2 \cos x - \sin x}{\sqrt{5\pi}}, u_3 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}},$

$\sigma_1 = \sqrt{5}, \sigma_2 = \sqrt{5}, \sigma_3 = 2$

$$3. (a) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{6} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^*$$

$$(c) \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{10}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \frac{1}{\sqrt{10}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{2}{\sqrt{10}} \\ \frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{2}{\sqrt{10}} \\ \frac{2}{\sqrt{10}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{10}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^*$$

$$(e) \begin{pmatrix} \frac{1+i}{2} & \frac{1+i}{2} \\ \frac{1-i}{2} & \frac{-1+i}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{6} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1-i}{\sqrt{6}} \\ \frac{1+i}{\sqrt{6}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}^*$$

$$4. (a) WP = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{2} & \frac{-\sqrt{8}+\sqrt{2}}{2} \\ \frac{-\sqrt{8}+\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$5. (a) T^\dagger(x, y, z) = \left(\frac{x+y+z}{3}, \frac{y-z}{2} \right)$$

$$(c) T^\dagger(a + b \sin x + c \cos x) = T^{-1}(a + b \sin x + c \cos x) \\ = \frac{a}{2} + \frac{(2b+c) \sin x + (-b+2c) \cos x}{5}$$

$$6. (a) \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (c) \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (e) \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1 & i \end{pmatrix}$$

$$7. (a) Z_1 = N(T)^\perp = \mathbb{R}^2, Z_2 = R(T) = \text{span}\{(1, 1, 1), (0, 1, -1)\}$$

$$(c) Z_1 = N(T)^\perp = V, Z_2 = R(T) = V$$

$$8. (a) \text{해가 없다.} \quad \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

21. <http://goo.gl/Dz3WQE>

6.8 절

1. (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 참 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓
(g) 거짓 (h) 거짓 (i) 참 (j) 거짓

4. (a) 쌍선형형식이다. (b) 쌍선형형식이 아니다. (c) 쌍선형형식이 아니다.
(d) 쌍선형형식이다. (e) 쌍선형형식이다. (f) 쌍선형형식이 아니다.

$$5. (a) \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (c) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$17. (a) \text{와 } (b) \left\{ \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix} \right\} \quad (c) \left\{ \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \right\}$$

18. 연습문제 17(c)와 같다.

22. (a) $Q = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$

(b) $Q = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

(c) $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -0.25 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6.75 \end{pmatrix}$

25. <http://goo.gl/bGAfSy>

6.9 절

5. $(B_v)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} & 0 & \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \end{pmatrix}$

<http://goo.gl/9gWNYu>

6.10 절

1. (a) 거짓 (b) 거짓 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓

2. (a) $\sqrt{18}$ (c) 대략 2.34

4. (a) $\|A\| \approx 84.74, \|A^{-1}\| \approx 17.01, \text{cond}(A) \approx 1441$

(b) $\|\tilde{x} - A^{-1}b\| \leq \|A^{-1}\| \cdot \|A\tilde{x} - b\| \approx 0.17,$

$$\frac{\|\tilde{x} - A^{-1}b\|}{\|A^{-1}b\|} \leq \text{cond}(A) \frac{\|b - A\tilde{x}\|}{\|b\|} \approx \frac{14.41}{\|b\|}$$

5. $0.001 \leq \frac{\|x - \tilde{x}\|}{\|x\|} \leq 10$

6. $R \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{9}{7}, \|B\|_E = 2, \text{cond}(B) = 2$

12. <http://goo.gl/B8Uw33>

6.11 절

1. (a) 참 (b) 참 (c) 참 (d) 거짓 (e) 거짓 (f) 참
(g) 참 (h) 거짓 (i) 참 (j) 거짓

3. (b) $\left\{ t \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} : t \in R \right\}$

4. (b) $\phi = 0^\circ$ 이면 $\left\{ t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} : t \in R \right\}$ 이고 $\phi \neq 0^\circ$ 이면 $\left\{ t \begin{pmatrix} \cos \phi + 1 \\ \sin \phi \end{pmatrix} : t \in R \right\}$ 다.

15. <http://goo.gl/ahQT67> (참고 : 웹 사이트에는 16번으로 되어있습니다.)

7장 표준형

7.1 절

1. (a) 참 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 거짓 (f) 거짓
(g) 참 (h) 참

2. (a) $\lambda = 2$ 에 대하여 L_A 의 일반화된 고유공간의 기저는 $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ 이다.

조르당 표준형은 $J = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 이다.

- (c) $\lambda = -1$ 에 대하여 L_A 의 일반화된 고유공간의 기저는 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ 이다.

$\lambda = 2$ 에 대하여 L_A 의 일반화된 고유공간의 기저는 $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ 이다.

조르당 표준형은 $J = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 이다.

3. (a) $\lambda = 2$ 에 대하여 T 의 일반화된 고유공간의 기저는 $\{2, -2x, x^2\}$ 이다.

조르당 표준형은 $J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 이다.

- (c) $\lambda = 1$ 에 대하여 T 의 일반화된 고유공간의 기저는 다음과 같다.

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

조르당 표준형은 $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이다.

4. <http://goo.gl/Lw4ahY>

7.2 절

1. (a) 참 (b) 참 (c) 거짓 (d) 참 (e) 참 (f) 거짓 (g) 거짓 (h) 참

2. $J = \begin{pmatrix} A_1 & O & O \\ O & A_2 & O \\ O & O & A_3 \end{pmatrix}$

이때, $A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $A_3 = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 이다.

3. (a) $-(t-2)^5(t-3)^2$ (b) $\begin{matrix} & \lambda_1 = 2 & & \lambda_2 = 3 \\ & \bullet & \bullet & \\ & \bullet & \bullet & \\ & \bullet & & \bullet \end{matrix}$

(c) $\lambda_2 = 3$ (d) $p_1 = 3, p_2 = 1$

(e) (i) $\text{rank}(\mathbf{U}_1) = 3, \text{rank}(\mathbf{U}_2) = 0$

(ii) $\text{rank}(\mathbf{U}_1^2) = 1, \text{rank}(\mathbf{U}_2^2) = 0$

(iii) $\text{nullity}(\mathbf{U}_1) = 2, \text{nullity}(\mathbf{U}_2) = 2$

(iv) $\text{nullity}(\mathbf{U}_1^2) = 4, \text{nullity}(\mathbf{U}_2^2) = 2$

4. (a) $J = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(d) $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. (a) $J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \beta = \{2e^t, 2te^t, t^2e^t, e^{2t}\}$

(c) $J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \beta = \{6x, x^3, 2, x^2\}$

(d) $J = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

15. <http://goo.gl/nDjsWm>

24. (a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = e^{2t} \left[(c_1 + c_2t) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + c_3 e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = e^{2t} \left[(c_1 + c_2t + c_3t^2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (c_2 + 2c_3t) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2c_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$

7.3 절

1. (a) 거짓 (b) 참 (c) 거짓 (d) 거짓 (e) 참 (f) 거짓
(g) 거짓 (h) 참 (i) 참

2. (a) $(t-1)(t-3)$ (c) $(t-1)^2(t-2)$ (d) $(t-2)^2$

3. (a) $t^2 - 2$ (c) $(t-2)^2$ (d) $(t-1)(t+1)$

4. 연습문제 2 : (a)의 행렬이 대각화가능하다.

연습문제 3 : (a), (d)의 연산자가 대각화가능하다.

5. T_0 , I 그리고 0 , 1 이 모두 고윳값인 모든 연산자

15. <http://goo.gl/8KD6Gw>

7.4 절

1. (a) 참 (b) 거짓 (c) 거짓 (d) 참 (e) 참 (f) 거짓 (g) 참

2. (a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 27 \\ 1 & 0 & -27 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3}) & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(-1-i\sqrt{3}) \end{pmatrix}$ (e) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. (a) 기본인수 : $t^2 + 1, t^2$

유리 표준형 : $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

유리 표준기저 : $\beta = \{1, x, -2x + x^2, -3x + x^3\}$

(c) 기본인수 : $t^2 - t + 1$

유리 표준형 : $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

유리 표준기저 : $\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$

5. <http://goo.gl/tK8pru>