

MSE, MATLAB으로 배우는 공학 수치해석(개정판)

[연습문제 답안 이용 안내]

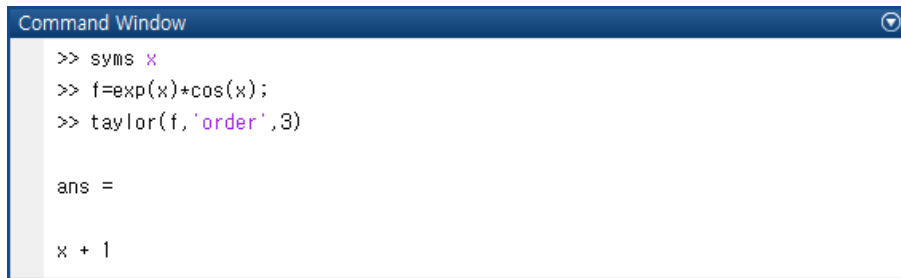
- 본 연습문제 답안의 저작권은 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

Chapter 05 연습문제 풀이

5.1

$$p_2(x) = 1 + x$$

5.2



```
>> syms x
>> f=exp(x)*cos(x);
>> taylor(f,'order',3)

ans =

x + 1
```

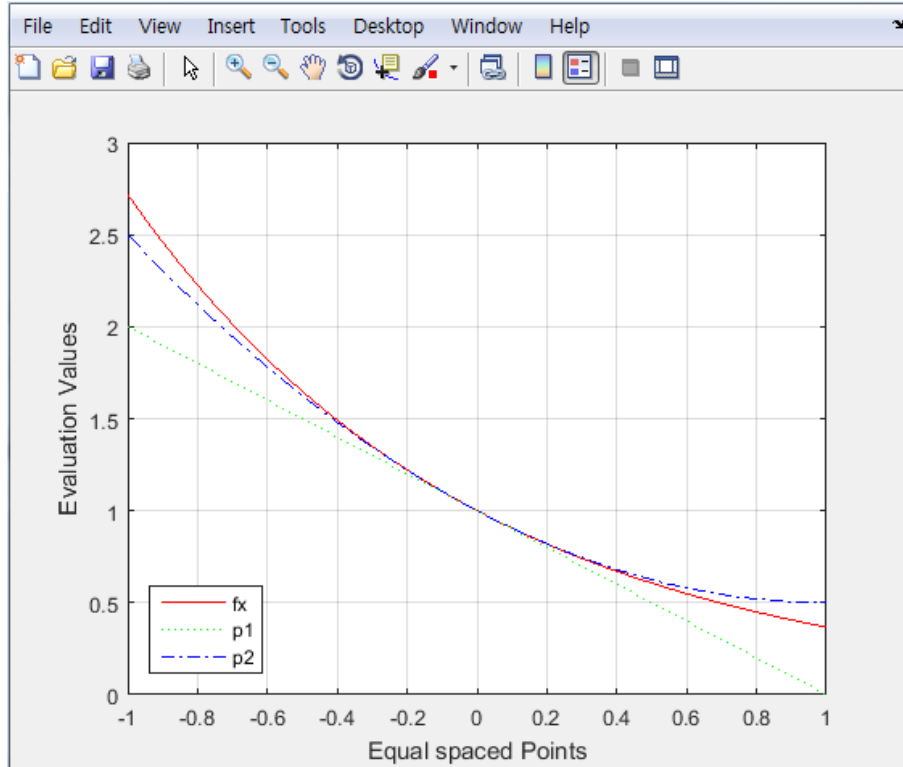
5.3

$$\left| e^x \sin(x) - p_2(x) \right| \leq \frac{\pi^3}{384} \left| 2e^0 (\cos(0) - \sin(0)) \right| \doteq 0.1615$$

5.4

$$p_1(x) = f(0) + xf'(0) = 1 - x$$

$$p_2(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2} f''(0) = 1 - x + \frac{x^2}{2}$$



```
P5_4.m x +
1 % Problem 5.4
2 x = -1.0:0.05:1.0;
3 fx = exp(-x);
4 p1 = 1-x;
5 p2 = p1+x.^2/2;
6 plot(x,fx,'-r',x,p1,':g',x,p2,'-.b');
7 legend('fx','p1','p2','location','sw');
8 xlabel('Equal spaced Points');
9 ylabel('Evaluation Values');
10 grid on;
```

```
Command Window
>> P5_4
>> format long
>> m1=max(abs(p1-exp(-x)))

m1 =

    0.718281828459046

>> m2=max(abs(p2-exp(-x)))

m2 =

    0.218281828459046
```

5.5

$$\sqrt[4]{20} \approx p_2(20) = 2 + \frac{1}{32}(4) - \frac{3}{4096}(4)^2 = 2.1133$$

5.6

$$\text{경계 오차} = \left| \sqrt[4]{20} - p_2(20) \right| \leq \max \frac{(20-16)^3}{3!} \left| f^3(\alpha) \right| = \left| \frac{21}{6} \times (16)^{-11/4} \right|$$

$$\text{경계 오차} \leq 0.0017$$

$$\text{실제 오차} = \max |f(20) - p_2(20)| = |2.1147 - 2.1133| = 0.0014$$

5.7

일반적으로 계산되는 곱셈 연산 횟수는 11번이며 호너의 방법은 6번 곱셈이 실행되고 있다.

5.8

1차 테일러 다항식: $p_1(x) = f(1) + (x-1)f'(1)$

$$p_1(x) = -6 - 18(x-1) = -18x + 12$$

오차: $|Error| \leq \max_{x \in [0,2]} \frac{(x-1)^2}{2!} |f''(\alpha)| = \frac{1}{2} f''(2)$

2차 미분 항: $f''(x) = -90x^4 + 40x^3 - 36x^2 + 12x - 6$

5.9

$$p_{100}(x) = 20 + 68(x-1) + 134(x-1)^2 + 164(x-1)^3 + 128(x-1)^4 + 62(x-1)^5 + 17(x-1)^6 + 2(x-1)^7$$

5.10

나머지: $p(z) = b_0 = 0$ 이 된다.

몫: $q(x) = b_1 + b_2x + b_3x^2 + b_4x^3 + b_5x^4 + b_6x^5 + b_7x^6$
 $= 1 + 1x + 1x^2 + 0x^3 - 1x^4 + 1x^5 + 4x^6 = 4x^6 + x^5 - x^4 + x^2 + x + 1$

5.11

$$\begin{aligned} & b_0 + (x-z)q(x) \\ &= b_0 + xq(x) - zq(x) \\ &= b_0 + (b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_{n-1}x^{n-1} + b_nx^n) - z(b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_{n-1}x^{n-1} + b_nx^n) \\ &= (b_0 - zb_1) + (b_1 - zb_2)x + (b_2 - zb_3)x^2 + \cdots + (b_{n-1} - zb_n)x^{n-1} + b_nx^n \\ &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \\ &= p(x) \end{aligned}$$