MSE, MATLAB으로 배우는 공학 수치해석(개정판)

[연습문제 답안 이용 안내]

Chapter 07 연습문제 풀이

7.1

$n = 1$인 경우

$a = c = 0.5000 \quad \rightarrow \quad x_1$
$b \rightarrow b = 1.0000$
$|\alpha - x_1| = 0.2729$

$n = 2$ 인 경우

$a = c = 0.7500 \quad \rightarrow \quad x_2$
$b \rightarrow b = 1.0000$
$|\alpha - x_2| = 0.0229$

$n = 3$인 경우

$b = c = 0.8750 \quad \rightarrow \quad x_3$
$a \rightarrow a = 0.7500$
$|\alpha - x_3| = 0.1021$

$n = 4$ 인 경우

$b = c = 0.8125 \quad \rightarrow \quad x_4$
$a \rightarrow a = 0.7500$
$|\alpha - x_4| = 0.0396$

$n = 5$인 경우

$b = c = 0.7813 \quad \rightarrow \quad x_5$
$a \rightarrow a = 0.7500$
$|\alpha - x_5| = 0.0084 < 0.0090$

7.2

만일 구간 $[1, 2]$에서 함수의 부호가 바뀌고 $f'(x) > 0$이면 주어진 구간 내에 고유한 근이 존재하게 된다. $f(1) = 1 + 2 - 5 = -2$ 와 $f(2) = 8 + 4 - 5 = 7$ 에 대해서 $f(1) \cdot f(2) < 0$ 의 조건이 되어 함수의 부호가 바뀌고 또한 함수 $f(x)$ 를 미분한 $f'(x) = 3x^2 + 2$ 가 주어진 구간 $[1, 2]$에서 x 의 증가함수가 되므로 근이 존재한다.

$n = 1$인 경우

$b = c = 1.5000 \quad \rightarrow \quad x_1$
$a \rightarrow a = 1.0000$

$n = 2$ 인 경우

$a = c = 1.2500 \quad \rightarrow \quad x_2$
$b \rightarrow b = 1.5000$

$n = 3$ 인 경우

$b = c = 1.3750 \quad \rightarrow \quad x_3$
$a \rightarrow a = 1.2500$

$n = 4$ 인 경우

$a = c = 1.3125 \quad \rightarrow \quad x_4$
$b \rightarrow b = 1.3750$

$n = 5$ 인 경우

$b = c = 1.3438 \quad \rightarrow \quad x_5$
$a \rightarrow a = 1.3125$

$n = 6$인 경우

$a = c = 1.3281 \quad \rightarrow \quad x_6$

7.3

```
Command Window
>> bisect(1,2,1.0E-6,6,2)

iteration =

    1.0000    1.0000    2.0000    1.5000    1.3750    0.5000

iteration =

    2.0000    1.0000    1.5000    1.2500   -0.5469    0.2500

iteration =

    3.0000    1.2500    1.5000    1.3750    0.3496    0.1250

iteration =

    4.0000    1.2500    1.3750    1.3125   -0.1140    0.0625

iteration =

    5.0000    1.3125    1.3750    1.3438    0.1139    0.0313

iteration =

    6.0000    1.3125    1.3438    1.3281   -0.0010    0.0156
```

7.4

초기 두 개의 근삿값은 $x_0 = 2.0000$ 과 $x_1 = 1.0000$으로 놓고

$$x_2 = x_1 - f(x_1)\cdot\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 1.0000 - f(1.0000)\cdot\frac{1.0000 - 2.0000}{f(1.0000) - f(2.0000)} = 1.2222$$

$$x_3 = x_2 - f(x_2)\cdot\frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)} = 1.2222 - f(1.2222)\cdot\frac{1.2222 - 1.0000}{f(1.2222) - f(1.0000)} = 1.3499$$

$$x_4 = x_3 - f(x_3)\cdot\frac{x_3 - x_2}{f(x_3) - f(x_2)} = 1.3499 - f(1.3499)\cdot\frac{1.3499 - 1.2222}{f(1.3499) - f(1.2222)} = 1.3270$$

7.5

Command Window

```
>> secant(2,1,1.0e-6,6,2)

iteration =

     0     2     7

iteration =

    1.0000    1.0000   -2.0000    0.2222

iteration =

    2.0000    1.2222   -0.7298    0.1277

iteration =

    3.0000    1.3499    0.1596   -0.0229

iteration =

    4.0000    1.3270   -0.0094    0.0013

iteration =

    5.0000    1.3283   -0.0001    0.0000

iteration =

    6.0000    1.3283    0.0000   -0.0000
```

7.6

$$x_1 = x_0 - \frac{x_0^3 + 2x_0 - 5}{3x_0^2 + 2} = 1.3429$$

$$x_2 = x_1 - \frac{x_1^3 + x_1 - 7}{3x_1^2 + 1} = 1.3284$$

$$x_3 = x_2 - \frac{x_2^3 + x_2 - 7}{3x_2^2 + 1} = 1.3283$$

7.7

```
Command Window
>> newton(1.5,1.0e-6,6,2)

iteration =

         0    1.5000    1.3750    8.7500   -0.1571


iteration =

    1.0000    1.3429    0.1072    7.4098   -0.0145


iteration =

    2.0000    1.3284    0.0008    7.2938   -0.0001


iteration =

    3.0000    1.3283    0.0000    7.2929   -0.0000
```

7.8

$n=1$에 대해서

$a_2 = x_1 = 1.8471,\ b_2 = b_1 = 2.0000$

$n=2$에 대해서

$a_3 = x_2 = 1.8564\ ,\ b_3 = b_2 = 2.0000$

$n=3$에 대해서

$$x_3 = a_3 - \frac{f(a_3)}{m_3} = 1.8564 - \frac{f(1.8564)}{-4.2760} = 1.8571$$

소수 네 자리까지만을 고려한 결과를 비교해 보면 세 번 반복 실행한 x_2의 값부터 절대 오차가 0.003보다 작게 된다.

7.9

$a_1 = x_0 = 1.6667$, $b_1 = b_0 = 2.0000$

$n = 1$에 대해서

$a_2 = x_1 = 1.8364$, $b_2 = b_1 = 2.0000$

$n = 2$에 대해서

$a_3 = x_2 = 1.8581$, $b_3 = b_2 = 2.0000$

$n = 3$에 대해서

$a_4 = x_3 = 1.8605$, $b_4 = b_3 = 2.0000$

$n = 4$에 대해서

$$x_4 = a_4 - \frac{f(a_4)}{m_4} = 1.8605 - \frac{f(1.8605)}{7.1825} = 1.8608$$

소수 네 자리까지만을 고려한 결과를 비교해 보면 다섯 번 반복 실행한 x_4의 값이 실제 근 $\alpha \doteq 1.8608$과 일치하고 있다.

7.10

```
Command Window
>> format long
>> [Iteration] = regula('F1',1,2,1e-08,20)

Iteration =

   1.000000000000000   2.000000000000000
   1.222222222222222   2.000000000000000
   1.295652173913044   2.000000000000000
   1.318404370458177   2.000000000000000
   1.325301128404969   2.000000000000000
   1.327377442370509   2.000000000000000
   1.328001231698807   2.000000000000000
   1.328188520069375   2.000000000000000
   1.328244741505807   2.000000000000000
   1.328261617467045   2.000000000000000
   1.328266683030185   2.000000000000000
   1.328268203524270   2.000000000000000
   1.328268659919475   2.000000000000000
   1.328268796912108   2.000000000000000
   1.328268838032126   2.000000000000000
   1.328268850374802   2.000000000000000
   1.328268854079608   2.000000000000000
```

7.11

$$|x_1 - x_0| = 0.166666666666667$$

$n = 1$을 대입하면

$$|x_2 - x_1| = 0.012163050624589$$

$n = 2$를 대입하면

$$|x_3 - x_2| = 0.000068923805164 < 10^{-3}$$

7.12

$|x_1 - x_0| = 1$

$n=1$을 대입하면

$|x_2 - x_1| = 0.105263157894737$

$n=2$를 대입하면

$|x_3 - x_2| = 0.052931408275290$

$n=3$을 대입하면

$|x_4 - x_3| = 0.003846906785379$

$n=4$를 대입하면

$|x_5 - x_4| = 0.000086878935575$