

<11장 연습문제 정답>

연습문제 11.1

1. (a) $m = 2, n = 2$

(b) $m = 2, n = 5$

(c) $m = 2, n = 1$

(d) $m = 1, n = 6$

(e) $m = 4, n = 2$

(f) $m = 3, n = 4$

3. (a) $A + B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 1 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$

(b) $A - B = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 9 & -5 \\ -1 & -10 \end{bmatrix}$

(c) $5A = \begin{bmatrix} 5 & 15 \\ 35 & -10 \\ 15 & -25 \end{bmatrix}$

(d) $-3B = \begin{bmatrix} 0 & 12 \\ 6 & -9 \\ -12 & -15 \end{bmatrix}$

5. $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ 이라 하면 $A - B = [a_{ij} - b_{ij}]_{m \times n}$ 이다. 따라서

$$(A - B)^T = [a_{ji} - b_{ji}]_{n \times m} = [a_{ji}]_{n \times m} - [b_{ji}]_{n \times m} = A^T - B^T$$

이다.

7. (a) 대칭행렬이 아니다.

(b) 대칭행렬이 아니다.

(c) 대칭행렬이다.

(d) 대칭행렬이 아니다.

연습문제 11.2

1. (a) AB 는 정의되고 AB 의 크기는 2×6 이다.

(b) AB 는 정의되지 않는다.

(c) AB 는 정의되지 않는다.

(d) AB 는 정의되고 AB 의 크기는 3×3 이다.

(e) AB 는 정의되고 AB 의 크기는 8×5 이다.

(f) AB 는 정의되고 AB 의 크기는 2×4 이다.

$$3. (a) AB = \begin{bmatrix} 13 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (b) AC = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 21 & -1 \\ 4 & -4 & -14 & -10 \end{bmatrix}$$

$$(c) AD = \begin{bmatrix} 16 & 21 \\ -8 & -6 \end{bmatrix} \quad (d) DA = \begin{bmatrix} 3 & 17 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(e) BE = \begin{bmatrix} 12 & 6 & -9 \\ 16 & 8 & -12 \end{bmatrix} \quad (f) B^T A = \begin{bmatrix} 1 & 11 \end{bmatrix}$$

$$(g) C^T A = \begin{bmatrix} -2 & 10 \\ 7 & 5 \\ 21 & 7 \\ 11 & -7 \end{bmatrix} \quad (h) E^T B^T = \begin{bmatrix} 12 & 16 \\ 6 & 8 \\ -9 & -12 \end{bmatrix}$$

$$5. A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 이라 하면 } (A+B)^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ 이고}$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \text{ 이다. 따라서 } (A+B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2 \text{ 이다.}$$

$$7. (a) \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ -6 \end{bmatrix} \quad (d) \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 5 \\ 3 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 8 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (f) \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

연습문제 11.3

$$1. (a) \det(A) = 2 \quad (b) \det(B) = -13$$

$$(c) \det(C) = -18 \quad (d) \det(D) = -21$$

$$(e) \det(E) = 0 \quad (f) \det(F) = 0$$

3. (a) 역행렬을 갖는다. (b) 역행렬을 갖지 않는다.
 (c) 역행렬을 갖지 않는다. (d) 역행렬을 갖는다.
 (e) 역행렬을 갖는다. (f) 역행렬을 갖지 않는다.
 (g) 역행렬을 갖지 않는다. (h) 역행렬을 갖는다.

5. (a) $\frac{1}{24} \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ (b) $\frac{1}{21} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$
 (c) $\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ (d) $-\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$
 (e) $\frac{1}{29} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ (f) $-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 & -10 \\ -9 & 11 \end{bmatrix}$