

제1장 신호와 시스템의 개요

[개념 정리]

1.1 신호와 시스템에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

- ㉠ 신호가 중요한 이유는 신호 속에 사람들이 원하는 정보가 담겨 있기 때문이다.
- ㉡ 신호와 시스템을 해석하고 설계하려면 먼저 모형화가 선행되어야 한다.
- ㉢ 신호와 시스템은 시간 영역과 주파수 영역이라는 이원적인 표현이 가능하다.
- ㉣ 주파수 영역 표현은 항상 실험과 관측을 통해 직접 구할 수 있다.

Ans) ㉣

1.2 신호에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

- ㉠ 매 시간마다 불규칙하게 스위치를 켜다 켜다 하는 것도 신호가 될 수 있다.
- ㉡ 어떤 물리량을 표현한 신호의 값이 변하지 않으면 아무런 정보도 얻을 수 없다.
- ㉢ 신호를 함수로 표현할 때, 함수의 변수로는 시간, 공간, 주파수 등이 가능하다.
- ㉣ 음성 신호는 전기 신호, 자기 신호, 이진부호 등과 같이 다양한 형태로 나타낼 수 있다.

Ans) ㉡

1.3 시스템에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

- ㉠ 리드의 떨림과 밸브의 위치에 따라 다른 음을 내는 클라리넷은 시스템이다.
- ㉡ 시스템은 수학적으로 입력과 출력의 관계를 기술하는 수식(방정식)으로 표현된다.
- ㉢ 시스템은 다시 부시스템으로 나눌 수 있고, 입력과 출력도 여러 개 있을 수 있다.
- ㉣ 시스템의 출력은 입력과 무관하게 임의로 만들어지기도 한다.

Ans) ㉣

1.4 다음은 어떠한 신호 처리 시스템인지 [보기] 중 가장 주된 것을 하나만 고르고, 그 이유를 설명하라.

- (a) 디지털 피아노 (b) 전기 모터 (c) 지문 인식 장치
(d) 원두와 물을 입력으로 하여 찌꺼기를 걸러내고 커피를 출력으로 내는 커피메이커

<기능>	㉠ 해석	㉡ 변환	㉢ 필터링	㉣ 합성
------	------	------	-------	------

Ans) (a) ㉣ (b) ㉡ (c) ㉢ (d) ㉣

1.5 시스템 블록선도에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

- ㉠ 블록선도는 한 시스템에 대해 단 하나만 존재한다.
- ㉡ 블록에는 그 시스템의 기능이나 특성을 나타내는 명칭, 수식, 그래프 등을 표시한다.
- ㉢ 블록선도를 보면 시스템 내의 신호의 흐름을 파악할 수 있다.
- ㉣ 블록선도에서 시스템 블록들은 종속 또는 병렬로 연결된다.

Ans) ㉠

1.6 시스템의 수학적 모형화에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

- ㉠ 시간 영역 표현과 주파수 영역 표현은 변환을 통해 상호 연계된다.
- ㉡ 시스템의 입출력 표현에 의해 시스템 내부의 동작 특성을 파악할 수 있다.

㉔ 시스템이 바뀌면 수학적 모형도 달라진다.

㉕ 경우에 따라 어떤 전기회로와 회전운동 물체의 수학적 표현이 같을 수 있다.

Ans) ㉔

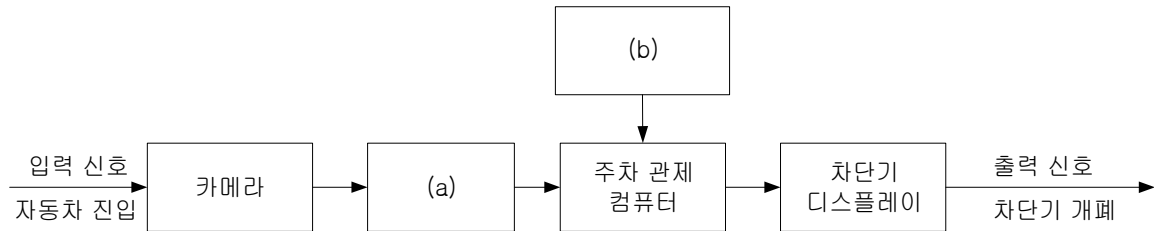
1.7 다음 그림은 자동차 번호판을 인식하여 자동차의 출입을 관리하는 자동 주차 관제 시스템의 블록선도이다. 이 시스템은 등록된 차량이면 차단기를 열어 통과시키고, 방문 차량이면 디스플레이를 통해 별도의 절차를 밟도록 안내한다. 그림에서 빈 블록에 들어갈 시스템 구성 요소의 명칭을 바르게 나타낸 것을 골라라.

㉔ (a) 영상 처리 장치 (b) 주차권 발행기

㉕ (a) 데이터베이스 (b) 영상 처리 장치

㉖ (a) 영상 처리 장치 (b) 데이터베이스

㉗ (a) 인터폰 (b) 데이터베이스



자동 주차 관제 시스템 블록선도

Ans) ㉔

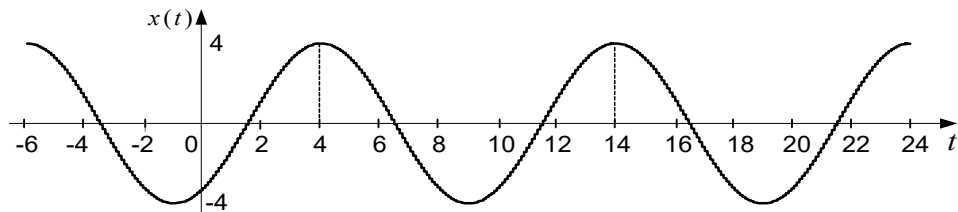
1.8 다음 그림과 같은 정현파 신호에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

㉔ 이 정현파는 진폭 $A=4$, 주기 $T=12$ 이다.

㉕ 이 정현파가 코사인파라면 위상이 $\phi = -\frac{4\pi}{5}$ 이고, 사인파라면 위상이 $\phi = -\frac{3\pi}{10}$ 이다.

㉖ 시간축을 2배로 늘이면 이 정현파의 위상도 2배가 된다.

㉗ 이 정현파는 같은 진폭의 주파수 10[Hz]인 정현파에 비해 파형의 변화가 느리다.



Ans) ㉔

1.9 신호의 에너지, 전력, 실효값에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

㉔ 에너지와 전력이 모두 무한한 신호도 있다.

㉕ 진폭이 같고 주파수와 위상이 다른 두 정현파의 실효값은 같다.

㉖ 신호의 에너지와 전력은 물리적인 차원(단위)이 없다.

㉗ 항상 양의 값을 가지는 신호의 실효값은 평균값보다 작다.

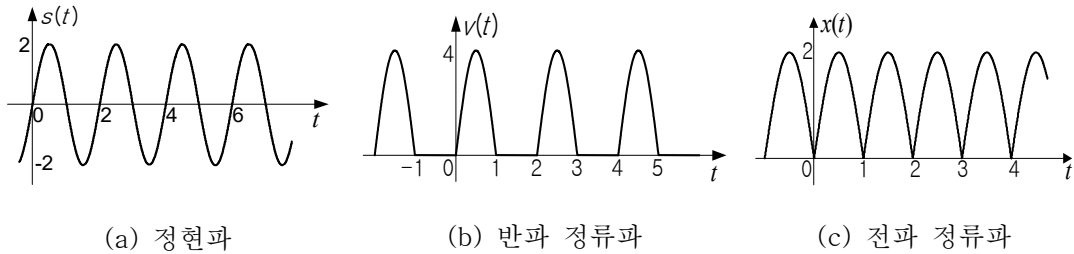
Ans) ㉕

1.10 다음 그림과 같은 신호들에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은?

㉔ (a)의 정현파 $s(t)$ 와 이를 전파 정류한 (c)의 $x(t)$ 의 실효값은 같다.

㉕ 세 신호 모두 에너지는 무한하나 전력이 유한한 신호이다.

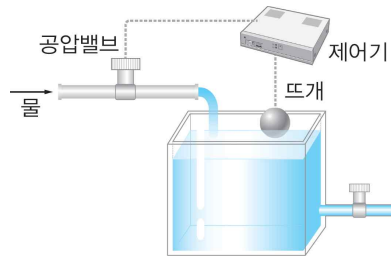
- ㉔ 세 신호 중에 $s(t)$ 를 2배로 증폭하여 반파 정류한 (b)의 $v(t)$ 의 전력이 가장 작다.
 ㉕ $x(t)$ 의 $s(t)$ 에 대한 전력비는 0[dB], $v(t)$ 에 대한 전력비는 -3[dB]이다.



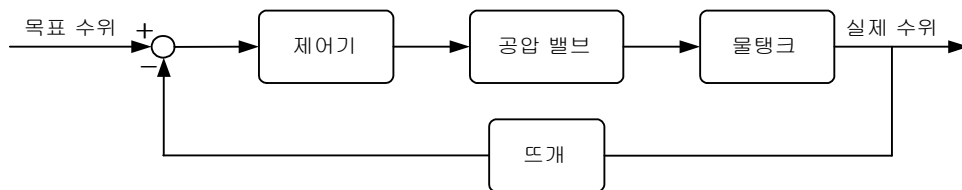
Ans) ㉔

[기초 문제]

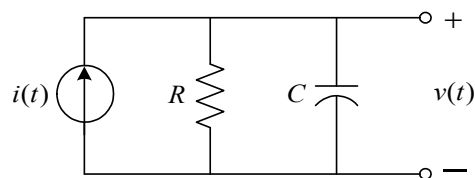
- 1.11 다음 그림은 화장실 좌변기의 수위를 자동으로 조절하는 시스템으로, 뜨개에 의해 물탱크의 물의 높이를 측정하여 목표로 하는 높이와 차이가 있으면 제어기가 공압 밸브의 열림을 조정하여 물이 나오고, 목표 수위에 도달하면 밸브를 닫아 물이 더는 나오지 않게 제어한다. 이 시스템의 블록선도를 그려라.



Ans)



- 1.12 다음 그림과 같이 전류원 $i(t)$ 를 입력, 커패시터 양단 전압 $v(t)$ 를 출력으로 하는 RC 병렬회로에 대해 다음 물음에 답하라.



- (a) 수학적 모형이 아닌 것을 골라라.

㉔ $\frac{1}{R}v(t) + C\frac{dv(t)}{dt} = i(t)$

㉕ $H(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{R}{RCs + 1}$

$$\textcircled{A} \begin{cases} v(t) = \int h(t-\tau)i(\tau)d\tau \\ h(t) = \frac{1}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} \end{cases} \quad \textcircled{B} \begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}x(t) + \frac{1}{C}i(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases}$$

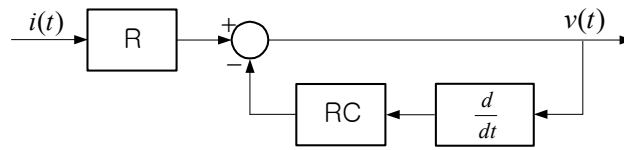
Ans) \textcircled{A}

$$i(t) = i_R(t) + i_C(t) = \frac{1}{R}v(t) + C\frac{dv(t)}{dt}$$

(b) 이 전기회로를 표현한 미분방정식에 대해 블록선도를 그려라.

Ans)

$$v(t) = Ri(t) - RC\frac{dv(t)}{dt}$$



1.13 누산기는 들어오는 입력을 계속해서 더해(누적하여) 출력으로 내는 이산 시스템이다. 입력 $x[n]$ 이 $n=0$ 부터 인가될 때, 누산기의 동작을 표현하는 수학적 모델을 구하라.

Ans) $y[n] = x[0] + x[1] + x[2] + \dots + x[n-1] + x[n] = \sum_{k=0}^n x[k]$

1.14 다음 정현파 신호들의 주기와 주파수를 구하라.

(a) $\cos(3\pi t)$ (b) $\cos(\frac{2\pi}{3}t)$ (c) $\cos(-3t)$ (d) $\cos(\frac{1}{\pi}t)$

Ans)

(a) $f = \frac{3\pi}{2\pi} = \frac{3}{2}, \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2}{3}$

(b) $f = \frac{2\pi}{3(2\pi)} = \frac{1}{3}, \quad T = \frac{1}{f} = 3$

(c) $f = -\frac{3}{2\pi}, \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{3}$

(d) $f = \frac{1}{\pi(2\pi)} = \frac{1}{2\pi^2}, \quad T = \frac{1}{f} = 2\pi^2$

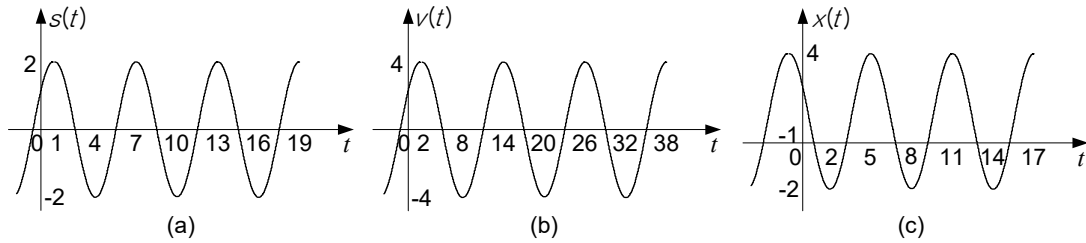
1.15 정현파 신호 $x(t) = \cos(5\pi t)$ 를 시간축 상에서 위상 30° 에 해당하는 만큼 오른쪽으로 수평 이동하였다. 위상을 시간으로 환산한 이동된 신호의 수식을 구하여라.

Ans)

$$x(t) = \cos(5\pi t - 30^\circ) = \cos(5\pi t - \frac{1}{6}\pi) = \cos(5\pi(t - \frac{1}{30}))$$

시간 지연 값 $t_0 = \frac{1}{30}$

1.16 다음 그림과 같은 코사인 정현파 신호에 대해 진폭 A , 주기 T , 주파수 f_0 , 위상 ϕ 를 결정하라.



Ans)

(a) 진폭 $A = 2$, 주기 $T = 6$, 주파수 $f_0 = \frac{1}{6}$, 각주파수 $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{\pi}{3}$, 위상 $\phi = -\frac{t_1}{T} \times 2\pi = -\frac{\pi}{3}$

(b) 진폭 $A = 4$, 주기 $T = 12$, 주파수 $f_0 = \frac{1}{12}$, 각주파수 $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{\pi}{6}$, 위상 $\phi = -\frac{t_1}{T} \times 2\pi = -\frac{\pi}{3}$

(c) 진폭 $A = 3$, 주기 $T = 6$, 주파수 $f_0 = \frac{1}{6}$, 각주파수 $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{\pi}{3}$, 위상 $\phi = -\frac{t_1}{T} \times 2\pi = \frac{\pi}{3}$

1.17 다음 이산 신호에 대해 에너지와 전력을 구하라.

(a) $x[n] = \begin{cases} +1, & 0 \leq n \leq 3 \\ -1, & -4 \leq n < 0 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

(b) $x[n] = \cos(\pi n)$

Ans)

(a) $E = \sum_{n=-4}^3 |x[n]|^2 = 8, \quad P = 0$

(b) $E = \infty, \quad P = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^1 \cos^2(\pi n) = 1$

1.18 다음 연속 신호에 대해 에너지와 전력을 구하라.

(a) $x(t) = \begin{cases} +1, & 0 \leq t \leq 3 \\ -1, & -3 \leq t < 0 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$

(b) $x(t) = 2\cos^2(\pi t)$

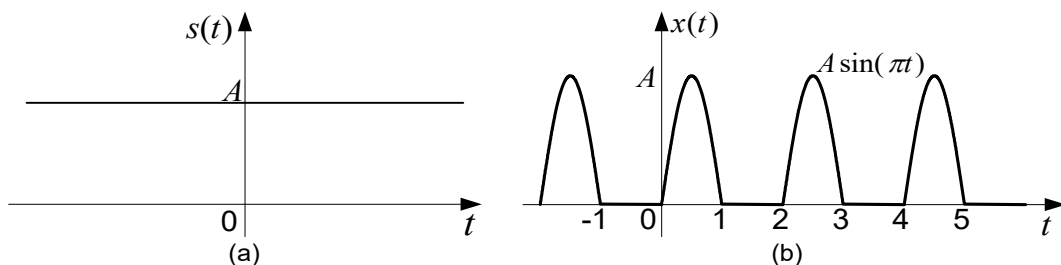
Ans)

(a) $E = 2 \int_0^3 1^2 dt = 6, \quad P = 0$

(b) $x(t) = 2\cos^2(\pi t) = (1 + \cos(2\pi t))$

$E = \infty, \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T (1 + \cos(2\pi t))^2 dt = \frac{3}{2}$

1.19 다음 그림과 같은 신호에 대해 에너지와 전력을 구하라.



Ans)

$$(a) E = \int_{-\infty}^{\infty} A^2 dt = \infty, \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A^2 dt = A^2$$

$$(b) E = \infty, \quad P = \frac{1}{2} \int_0^1 |A \sin(\pi t)|^2 dt = \frac{A^2}{4}$$

1.20 문제 1.19의 두 신호에 대해 정현파 $y(t) = A \sin(\pi t)$ 와의 전력비를 데시벨로 구하라.

Ans) 정현파의 전력 $P_y = \frac{A^2}{2}$

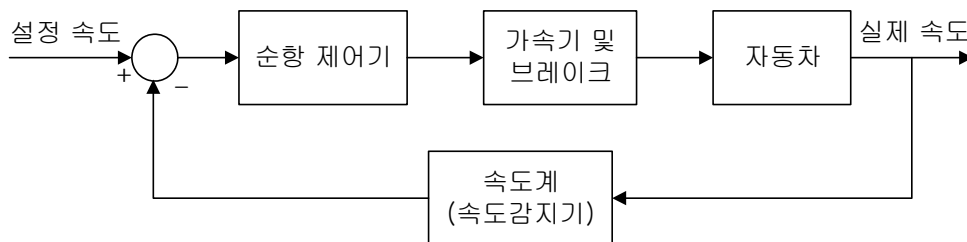
$$10 \log \frac{P_s}{P_y} = 3.01 [\text{dB}]$$

$$10 \log \frac{P_x}{P_y} = -3.01 [\text{dB}]$$

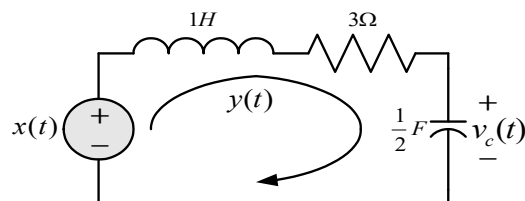
[응용 문제]

1.21 고속도로 등과 같이 자동차가 장거리를 비교적 일정한 속도로 달릴 때 특정 속도에 대해 버튼을 눌러 설정함으로써 운전자가 가속기를 밟지 않고서도 일정한 속도로 운행할 수 있게 해주는 순항 제어^{cruise control} 시스템에 대해 간단히 동작 원리를 설명하고 블록선도를 그려라.

Ans) 자동차가 원하는 속도에 이르렀을 때 버튼을 누르면, 속도 감지 장치가 속도를 체크하여 언덕을 올라갈 경우와 같이 속도가 떨어지는 경우는 가속기 페달을 당겨서 가속이 이루어지게 하고, 언덕을 내려올 경우와 같이 속도가 증가하는 경우 브레이크를 작동시킴으로써 일정 속도를 유지하게 한다.



1.22 다음 그림의 RLC 직렬회로에서 입력 전압 $x(t)$ 에 대해 다음 물음에 답하라.



(a) 폐로 전류 $y(t)$ 를 출력으로 갖는 수학적 모델을 미분방정식으로 구하라.

Ans)
$$x(t) = v_L(t) + v_R(t) + v_C(t) = \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) + 2 \int y(t) dt$$

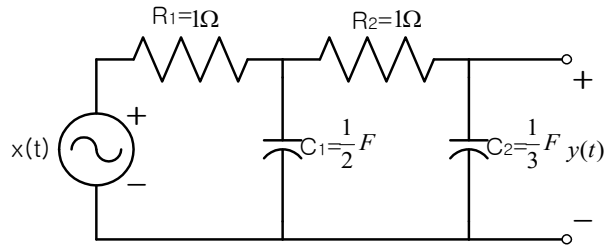
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

(b) 커패시터 양단 전압 $v_C(t)$ 를 출력으로 갖는 수학적 모델을 미분방정식으로 구하라.

Ans)
$$y(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + \frac{3}{2} \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = x(t)$$

1.23 다음 그림의 전기회로의 수학적 모델을 C 양단 전압 $y(t)$ 를 출력으로 하는 미분방정식으로 구하라.



Ans)

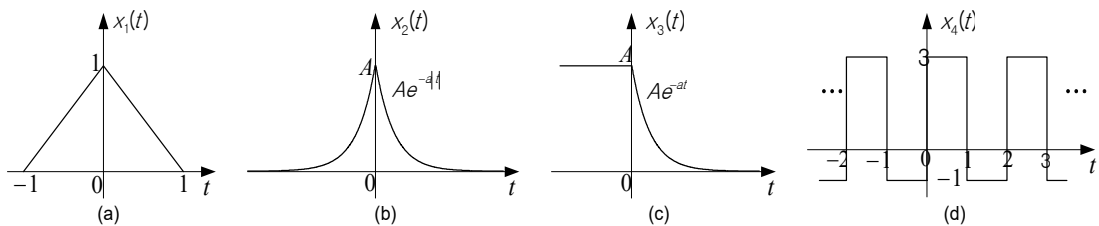
$$v_{C_1}(t) = v_{R_2}(t) + v_{C_2}(t) = R_2 C_2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{1}{3} \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

$$x(t) = v_{R_1}(t) + v_{C_1}(t) = R_1 \left(C_1 \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} + C_2 \frac{dv_{C_2}(t)}{dt} \right) + v_{C_1}(t)$$

$$= \frac{1}{6} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{7}{6} \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

$$\therefore \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 7 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 6x(t)$$

1.24 다음 그림과 같은 신호에 대해 에너지와 전력을 구하라.



Ans)

(a) $E_{x_1} = 2 \int_0^1 (-t+1)^2 dt = \frac{2}{3}, \quad P = 0$

(b) $E = 2 \int_0^\infty A^2 e^{-2at} dt = \frac{A^2}{a}, \quad P = 0$

(c) $E = \int_{-\infty}^0 A^2 dt + \int_0^\infty A^2 e^{-2at} dt = \infty, \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left(\int_{-T}^0 A^2 dt + \int_0^T A^2 e^{-2at} dt \right) = \frac{A^2}{2}$

(d) $E = \infty, \quad P = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 3^2 dt + \int_1^2 (-1)^2 dt \right) = 5$

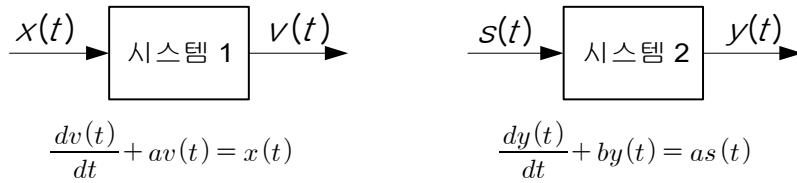
1.25 $x_1(t) = 2\sin(2\pi t + 10^\circ)$ 이고 $x_2(t) = \cos(2\pi t - 20^\circ)$ 일 때 두 정현파의 위상차를 구하라. 또 그 위상차를 시간으로 나타내어라.

Ans) $x_1(t) = 2\sin(2\pi t + 10^\circ) = 2\cos(2\pi t + 10^\circ - 90^\circ) = 2\cos(2\pi t - 80^\circ)$

따라서 $x_2(t)$ 가 $x_1(t)$ 보다 위상이 60° 앞선다.

또한 위상차를 시간으로 나타내면 $t_0 = \frac{1}{6}$

1.26 다음과 같이 입출력 관계가 1차 미분방정식으로 표현되는 두 시스템을 종속 연결한 시스템의 입력 $x(t)$ 에 대한 출력 $y(t)$ 의 관계를 표현하는 2차 미분방정식을 구하라.



Ans)

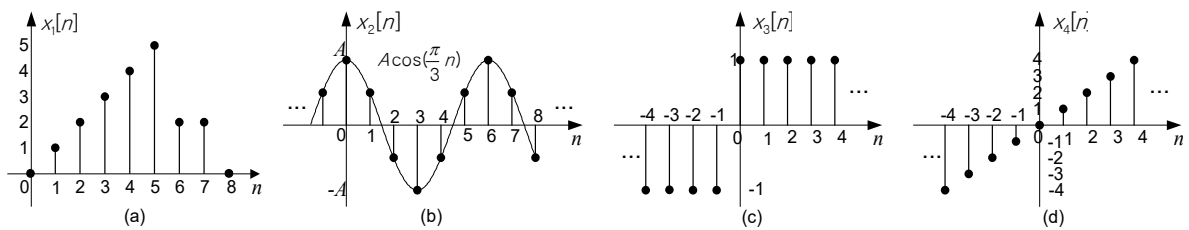
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} = a \frac{dv(t)}{dt}$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} = -a^2 v(t) + ax(t)$$

$$av(t) = \frac{dy(t)}{dt} + by(t) \text{ 이므로}$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (a+b) \frac{dy(t)}{dt} + aby(t) = ax(t)$$

1.27 다음 그림과 같은 신호에 대해 에너지와 전력을 구하라.



Ans)

$$(a) E = \sum_{n=0}^7 |x[n]|^2 = 63, \quad P = 0$$

$$(b) E = \infty, \quad P = \frac{1}{6} \sum_{n=0}^5 A^2 \cos^2\left(\frac{\pi n}{3}\right) = \frac{A^2}{2}$$

$$(c) E = \lim_{N \rightarrow \infty} (N + (N+1)) = \infty, \quad P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} (N + (N+1)) = 1$$

$$(d) E = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\sum_{n=-N}^{-1} (-n)^2 + \sum_{n=0}^N (n)^2 \right) = \infty, \quad P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \frac{N(N+1)(2N+1)}{3} = \infty$$

1.28 다음과 같은 연속 신호의 에너지와 전력을 구하라.

(a) $x(t) = e^{j\omega_0 t}$

Ans) $E = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega_0 t} dt = \infty, \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 1 dt = 1$

(b) $x(t) = \begin{cases} e^{-t} \cos(\pi t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$

Ans) $\int_0^{\infty} e^{-at} \cos(bt) dt = \frac{a}{a^2 + b^2}$

$$E = \int_0^{\infty} e^{-2t} \cos^2(\pi t) dt = \int_0^{\infty} e^{-2t} dt + \int_0^{\infty} e^{-2t} \cos(2\pi t) dt = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2 + (2\pi)^2} = \frac{2 + \pi^2}{2(1 + \pi^2)}$$

1.29 정현파 신호의 전력과 관련하여 다음 물음에 답하라.

(a) 어떤 정현파와 진폭이 같고 주기가 2배인 정현파의 전력을 각각 구하라.

Ans) $x_1(t) = A \cos(\omega_1 t) = A \cos(\frac{2\pi}{T_1} t)$

$$x_2(t) = A \cos(\omega_2 t) = A \cos(\frac{2\pi}{2T_1} t) = A \cos(\frac{1}{2} \omega_1 t)$$

$$P_1 = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} A^2 \cos^2(\omega_1 t) dt = \frac{A^2}{2}$$

$$P_2 = \lim_{T_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_2} \int_{-\frac{T_2}{2}}^{\frac{T_2}{2}} A^2 \cos^2(\frac{1}{2} \omega_1 t) dt = \frac{A^2}{2}$$

(b) 어떤 정현파와 주기가 같고 진폭이 2배인 정현파의 전력을 각각 구하라.

Ans) $x_3(t) = 2A \cos(\omega_1 t)$

$$P_3 = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_1} \int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} 4A^2 \cos^2(\omega_1 t) dt = 2A^2$$

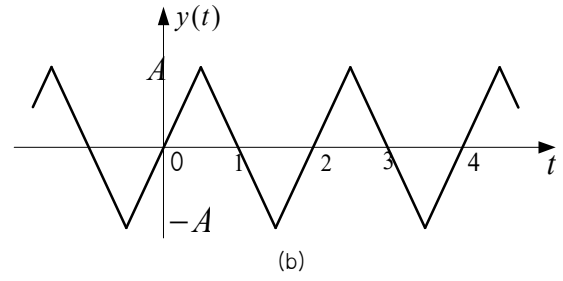
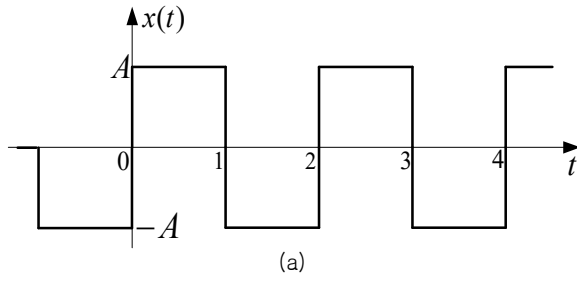
(c) (b)의 두 신호의 전력비를 데시벨로 구하라.

Ans) $10 \log \frac{P_{x_3}}{P_{x_1}} = 6.02 [\text{dB}]$

(d) (a)와 (b)의 결과로부터 정현파의 전력에 관해 어떤 사실을 유추할 수 있는가?

Ans) 정현파와 같은 주기 신호의 전력은 주기에는 상관없이 진폭에 따라 달라진다. 정현파의 경우는 진폭이 2배가 되면 전력은 4배가 된다.

1.30 다음 그림의 주기 신호에 대해 전력을 구하고, 같은 주기와 진폭을 갖는 정현파에 대한 전력비를 데시벨로 구하라. 또 두 신호의 전력비도 데시벨로 구하라.



Ans) 그림의 신호들은 에너지는 무한하나 전력이 유한한 신호이다. 같은 진폭을 갖는 정현파를 $z(t)$ 라고 하면

$$(a) \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} A^2 dt = A^2$$

$$10 \log \frac{P_x}{P_z} = 3.01 [\text{dB}]$$

$$(b) \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} \left(\frac{4A}{T}\right)^2 t^2 dt = \frac{A^2}{3}$$

$$10 \log \frac{P_y}{P_z} = -1.761 [\text{dB}]$$

※ 같은 진폭을 갖는 주기 신호들의 전력은 구형파>정현파>삼각파 순임을 알 수 있다.