

신호와 시스템의 분류

책의 ‘1절 신호의 분류’와 관련하여 책에서 다룬 신호의 분류 중 일부에 대해 상세한 보충 설명을 추가하였다.

책의 ‘2절 시스템의 분류’와 관련하여 책에서 소개한 기준에 의한 시스템 분류에 대해 추가적인 설명을 보충하였을 뿐만 아니라, 개념 이해를 도울 수 있는 예제들을 추가하였다. 그리고 책에서 다루지 못한 집중 정수와 분포 정수 시스템의 구분 및 단일 입출력 시스템과 다중 입출력 시스템의 구분도 소개하였다.

이 장의 주제들은 개념을 잘 이해해 둘 필요가 있으므로 심화학습 자료를 통해 명확히 익혀두기를 바란다.

2.1 신호의 분류

2.1.2 주기성에 따른 분류 : 주기 신호와 비주기 신호

일정한 패턴이 지속적으로 반복되는 주기성은 많은 자연 현상에서 관찰된다. 지구와 같이 태양을 중심으로 회전하는 행성의 궤도나 혜성의 궤도, 철새의 이동 경로, 표준시 측정에 활용되는 세슘 원자의 진동(복사선 주파수) 등은 대표적인 예라 할 수 있다. 또한 주기성을 인공적으로 기계 장치에 활용하는 예로는 컴퓨터나 시계의 결정 발진자, 교류 발전기, 자동차 엔진의 점화 사이클 등 매우 다양하며, 유용하게 활용되고 있다.

2.1.3 대칭성에 따른 분류 : 우대칭 신호와 기대칭 신호

■ 예제 C2-1 : 신호의 우대칭 성분과 기대칭 성분

$x(t) = \cos(2\pi t) + \sin(4\pi t)$ 의 우대칭 성분과 기대칭 성분을 구하라.

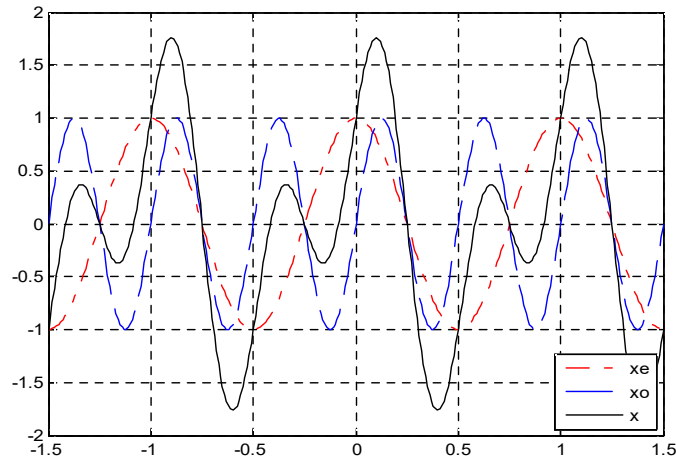
$x(t)$ 는 코사인파와 사인파의 합으로 이미 기대칭 성분과 우대칭 성분의 합으로 표현되어 있다. 따라서 (책)식 (2.9)로 계산하더라도 우대칭 성분은 코사인파, 기대칭 성분은 사인파가 얻어질 것으로 예상할 수 있다.

$x(t)$ 의 우대칭 성분과 기대칭 성분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_e(t) &= \frac{x(t) + x(-t)}{2} = \frac{[\cos(2\pi t) + \sin(4\pi t)] + [\cos(-2\pi t) + \sin(-4\pi t)]}{2} \\ &= \frac{\cos(2\pi t) + \sin(4\pi t) + \cos(2\pi t) - \sin(4\pi t)}{2} \\ &= \frac{2\cos(2\pi t)}{2} = \cos(2\pi t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_o(t) &= \frac{x(t) - x(-t)}{2} = \frac{[\cos(2\pi t) + \sin(4\pi t)] - [\cos(-2\pi t) + \sin(-4\pi t)]}{2} \\ &= \frac{\cos(2\pi t) + \sin(4\pi t) - \cos(2\pi t) + \sin(4\pi t)}{2} \\ &= \frac{2\sin(4\pi t)}{2} = \sin(4\pi t) \end{aligned}$$

예상대로 우대칭 성분은 코사인 신호, 기대칭 성분은 사인 신호로 구해진다. [그림 C2-1]에 $x(t)$ 와 $x_e(t)$, $x_o(t)$ 를 나타내었다. 그림에서 $x(t)$ 의 파형은 대칭성을 만족하지 않지만, $x_e(t)$ 와 $x_o(t)$ 는 각각 우대칭과 기대칭임을 볼 수 있다. ■



[그림 C2-1] [예제 C2-1] 신호의 우대칭 성분과 기대칭 성분

2.1.5 에너지에 따른 분류 : 에너지 신호와 전력 신호

에너지 신호와 전력 신호의 구분은 신호를 주파수 영역으로 변환할 때 관련이 된다. 주파수 영역으로의 변환은 변환된 표현의 수렴이 보장된다는 전제하에 가능한데, 에너지 신호만이 푸리에 변환의 수렴 조건을 충족시키는 유일한 신호 그룹이다. 전력 신호들은 푸리에 변환의 수렴 조건을 충족시키진 않으나 워낙 활용도가 큰 신호 그룹이라 억지로 푸리에 변환이 존재하는 것으로 간주하여 취급하게 된다. 그러나 (책)[그림 2-8(c)]의 램프 신호와 같이 에너지 신호도 전력 신호도 아닌 신호들은 푸리에 변환이 도저히 불가능하여 라플라스 변환을 통해 주파수 영역으로 표현을 바꿀 수 있게 된다.

2.1.5 발생 패턴에 따른 분류 : 확정 신호와 불규칙 신호

잡음

신호가 시스템에 의해 처리되고 전달되는 과정에서 시스템의 동작을 방해하는 원치 않는 신호들이 끼어들게 되는데, 이를 보통 잡음이라고 부른다. 이러한 잡음은 스펙트럼이 특정한 주파수 대역에 국한되는 것과 그렇지 않고 전 주파수 대역에 걸쳐서 분포하는 두 경우로 나누어 볼 수 있다. 전자의 경우는 주파수 선택^{frequency selective} 필터를 사용하여 걸러낼 수 있지만, 후자의 경우는 이러한 조작이 불가능하므로 확률 이론에 의해 불규칙 신호로 모델링하여 통계적^{statistical} 신호 처리 기법을 적용해야 한다. 실제 시스템에서 나타나는 대부분 잡음은 수학적으로 정확하게 특성을 기술할 수 있는 확정 신호가 아니라 불규칙 신호로 취급된다. 왜냐하면, 일반적으로 잡음을 발생시키는 물리적인 법칙에 대한 정보가 충분하지 않을뿐더러, 잡음의 발생 메커니즘이 매우 복잡하여 잡음을 정확하게 기술하는 것이 실제적이지 못하기 때문이다.

2.2 시스템의 분류

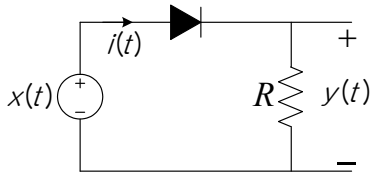
2.2.2 선형 시스템과 비선형 시스템

가장 단순하게 얘기하자면 선형성은 입력과 출력의 관계가 입출력 공간에서 직선으로 나타나는 성질이다. 그런데 이때 주의할 점은 직선이 반드시 원점을 통과해야 선형성을 만족한다는 사실이다.

(책)[예제 2-5]에서 살펴본 바와 같이 선형 시스템의 입력과 출력의 관계가 입출력 공간에서 원점을 지나는 직선이 되어야 한다는 사실의 의미가 중요해지는 경우는 외부 입력 외에 시스템 내부의 초기 조건에 의해서도 출력 성분이 존재하는 경우로서 이에 대해서는 5장의 심화학습 자료에서 자세히 살펴보기로 한다.

■ 예제 C2-2 : 다이오드 회로의 선형성 판별

[그림 C2-2]에 나타난 이상적인 다이오드 회로가 선형 시스템인지 판별하라.



[그림 C2-2] 다이오드 회로

이상적인 다이오드는 입력 전압 $x(t)$ 가 양이면 단락 회로, 음이면 개방 회로이다. 따라서 입력 전압이 $x_1(t) = V(> 0)$ 이면 회로의 출력(저항 R 의 양단 전압)은 $y_1(t) = x_1(t) = V$ 가 된다. 그러나 입력 전압으로 $x_1(t)$ 에 $\alpha = -1$ 을 곱한 $x_2(t) = \alpha x_1(t) = -V$ 를 인가하면, 다이오드가 개방 회로가 되어 전류가 흐르지 않으므로 $y_2(t) = 0 \neq \alpha y_1(t)$ 이 되어 (책)식 (2.13)의 동차성을 만족하지 않는다. 또한 두 입력 전압을 더한 $x(t) = x_1(t) + x_2(t) = 0$ 를 입력으로 인가하면 입력이 0이므로 출력도 $y(t) = 0 \neq y_1(t) + y_2(t)$ 이 되어 (책)식 (2.12)의 가산성도 만족하지 않는다. 그러므로 어느 성질을 따지더라도 다이오드 회로는 비선형 시스템임을 알 수 있다. ■

■ 예제 C2-3 : RC 회로의 선형성 판별

(책)[예제 2-6]에서 다루지 않은 (책)[예제 1-1]의 RC회로의 수학적 모형 (책)식 (1.4)를 이용하여 선형 시스템인지를 판별해보자.

$$v_s(t) = RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) \quad (\text{책})(1.4)$$

$H[v_{s1}(t)] = v_{c1}(t)$, $H[v_{s2}(t)] = v_{c2}(t)$ 라고 두면 다음의 관계가 성립한다.

$$\frac{dv_{C1}(t)}{dt} + 2v_{C1}(t) = v_{s1}(t) \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{dv_{C2}(t)}{dt} + 2v_{C2}(t) = v_{s2}(t) \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\alpha \times \textcircled{1} + \beta \times \textcircled{2}$ 를 하면

$$\frac{d(\alpha v_{C1}(t) + \beta v_{C2}(t))}{dt} + 2(\alpha v_{C1}(t) + \beta v_{C2}(t)) = \alpha v_{s1}(t) + \beta v_{s2}(t)$$

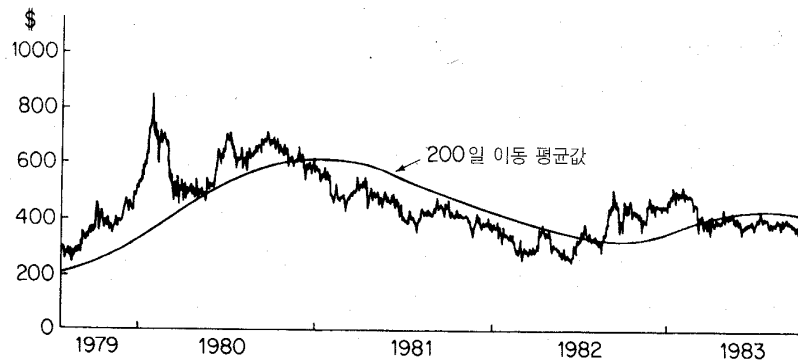
$H[\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)] = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$ 가 성립하므로 선형 시스템이다. ■

책의 <Tip&Note : 비선형 시스템의 선형화-단진자>에서 보았듯이 비선형성을 띠는 시스템도 선형 시스템으로 근사화해서 모형화할 수 있으며, 많은 경우에 유용하게 활용된다. 사실 $\sin(\theta(t)) \simeq \theta(t)$ 의 가정은 단진자보다 도립진자^{inverted pendulum} 제어 문제에 더 적합하고 유용하지만, 도립진자 제어는 진자를 매단 카트의 운동에 대한 고려도 동시에 이루어져야 하므로 훨씬 까다롭고 어렵다. 도립진자 문제는 제어공학에서 접할 수 있을 것이다.

2.2.4 인과 시스템과 비인과 시스템

■ 예제 C2-4 : 인과 시스템과 비인과 시스템

매일의 주식 가격, 금값, 평균 기온 등의 그래프는 [그림 C2-3]에서 보듯이 값의 변화가 들쭉날쭉하여 분석하기가 쉽지 않다. 그러므로 보통 여러 날 값의 평균을 취하여 단순한 곡선으로 근사화해서 분석과 예측에 활용하게 된다.



[그림 C2-3] 금의 달러화 값 1979-1983

가장 단순한 경우로, 다음과 같이 3점의 이동 평균을 취하여 근사화한다고 하자.

$$\text{시스템 1 : } y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$

$$\text{시스템 2 : } y[n] = \frac{1}{3}(x[n+1] + x[n] + x[n-1])$$

시스템 1은 n 순간의 값을 $n, n-1, n-2$ 시점의 값을 이용하여 근사화하므로 인과 시스템이다. 반면에 시스템 2는 n 순간의 값을 근사화할 때 $n+1$ 순간의 값이 사용되므로 이 시스템은 비인과 시스템이다. 시스템 1은 실시간 처리가 가능하지만, 시스템 2는 실시간 처리가 불가능하다. ■

2.2.5 안정 시스템과 불안정 시스템

■ 예제 C2-5 : 시스템의 안정도 판별

입출력 관계가 $y(t) = e^{x(t)}$ 로 주어지는 시스템이 안정한 시스템인지 아닌지 확인해보자. 입력 $x(t)$ 가 $|x(t)| \leq M_x$ 을 만족하는 경우 출력의 크기는 다음과 같이 된다.

$$|y(t)| = |e^{x(t)}| = e^{x(t)} \leq e^{M_x} < \infty$$

따라서 이 시스템은 안정한 시스템이다. ■

2.2.8 집중 정수 시스템과 분포 정수 시스템

시스템을 수식으로 모형화할 때 신호와 시스템 상호 간의 물리적 차원도 고려해야 한다. 입력 신호가 시스템을 통과하여 출력으로 나오는 동안 시스템 내부의 물리적 특성이 위치에 따라 달라진다면, 이러한 변화 양상도 포함하여 수식 모형을 수립해야 한다.

- **집중 정수** lumped parameter 시스템은 신호의 파장이 시스템 크기보다 훨씬 커서 시스템의 물리적 특성이 마치 한 점에 집중된 것처럼 간주해도 무방한 시스템으로, 시스템 방정식은 시간만의 함수로 표현된다. 전기회로가 대표적인 예이다.
- **분포 정수** distributed parameter 시스템은 신호의 파장에 비해 시스템 크기를 무시할 수가 없어 시스템의 물리적 특성이 공간에 분포된 것으로 간주해야 하는 시스템으로, 시스템 방정식은 시간 및 공간의 함수로 표현된다. 송전선, 도파관, 안테나 등이 대표적인 예이다.

1.3절 [예제 1-1]의 전기회로의 수학적 모형을 구하는 문제를 다시 생각해보자. 구해진 회로 방정식은 소자 내의 위치에 따른 전압 차이는 생기지 않는다고 전제한 것이다. 이는 전류가 (시간에 따라 계속 값이 변하더라도) 소자 통과에 걸리는 시간이 상대적으로 워낙 짧아서 소자 내에서는 위치에 상관없이 전류의 값이 (거의) 같아야만 가능한 일인데, 그렇게

되면 소자의 물리적 크기를 고려할 필요 없이 마치 한 점에 집중된 것처럼 취급할 수 있으며 시스템의 수식 표현은 시간만의 함수로도 충분하다. 그런데 이러한 가정은 전류(신호)의 파장이 소자(시스템)의 물리적 크기보다 훨씬 큰 경우에만 타당하며, 이런 조건을 만족하는 것이 바로 집중 정수 시스템이다.

이와 달리, 우리나라나 미국 등 국가의 송전선로와 같이 시스템의 크기가 거대한 경우나 주파수가 매우 높은, 즉 파장이 극히 짧은 신호를 다루는 도파관이나 안테나 등의 경우는 신호의 파장에 비해 시스템의 크기가 작다고 할 수 없으므로 공간에서의 위치에 따른 값의 차이도 고려해야만 한다. 즉 시스템의 물리적 특성이 한 점에 집중된 것이 아니라 공간적으로 분포된 것으로 취급해야 하며, 이러한 분포 정수 시스템의 수식 모형은 시간 및 공간의 함수로 표현된다.

일례로 우리나라 전력 시스템에서 사용되고 있는 60 [Hz]의 교류는 파장(=광속/주파수)이 $5 \times 10^6 (= 3 \times 10^8 / 60)$ [m]이다. 시스템 크기가 대략 이의 1/10 이하이면 집중 정수 시스템이라고 한다면, 크기가 5×10^5 [m] 이하인 전력 시스템은 집중 정수 시스템으로 취급할 수 있다는 얘기가 된다. 반면에 1 [GHz] 마이크로파의 경우는 파장이 0.3 [m]이므로 통신 시스템의 크기가 3 [cm]보다 작으면 집중 정수 시스템으로 취급할 수 있지만, 통상 이를 만족시킬 수 없으므로 분포 정수 시스템으로 취급하게 되는 것이다.

2.2.9 단일 입출력 시스템과 다중 입출력 시스템

시스템을 다룰 때 보통은 가장 간단한 시스템, 즉 입력과 출력이 모두 하나뿐인 시스템에서부터 시작하게 된다. 이러한 시스템을 **단일 입출력(SISO)** Single Input Single Output 시스템이라고 하며, 이와는 달리 여러 개의 입력과 출력을 가지는 보다 복잡한 시스템을 **다중 입출력(MIMO)** Multi Input Multi Output 시스템이라고 한다. 1장에서 (책)[그림 1-4(a)]의 RLC 회로는 단일 입출력 시스템의 한 예이고, (책)[그림 1-5(b)]의 자동차는 핸들 각과 가속기 페달 각을 입력으로 하고 방향과 속도가 출력이 되므로 다중 입출력 시스템의 좋은 예이다.

단일 입출력이든 다중 입출력이든 그 이론적 토대는 같지만, 구성이 복잡하고 입출력간의 상호 연결로 인해 해석과 취급이 훨씬 까다로운 다중 입출력 시스템보다는 아무래도 단순한 단일 입출력 시스템이 비교적 다루기 간편할 것이므로 이 책에서는 단일 입출력 시스템을 위주로 다루게 된다.