# 2장 연습문제 정답

01.

(a) 명제 아님 : 진릿값을 판별할 수 있는 문장이 아니다.
(b) 명제 : 거짓(F)
(c) 명제 아님 : 객관적으로 진릿값을 답할 수 있는 문장이 아니다.
(d) 명제 아님 : $x$에 대한 범위가 주어지지 않아 진릿값을 판별할 수 없는 식이다.
(e) 명제 : 참(T)
(f) 명제 : 참(T)
(g) 명제 : 거짓(F)

02.

(a) 명제 아님
(b) 명제 : 참(T)
(c) 명제 아님
(d) 명제 : 거짓(F)
(e) 명제 아님
(f) 명제 : 참(T)
(g) 명제 : 거짓(F)

03.

(a) $q$ : 참(T)
(b) $\neg p \wedge r$ : 거짓(F)
(c) $p \wedge q$ : 참(T)
(d) $(\neg q \wedge r) \rightarrow \neg p$ : 참(T)
(e) $\neg r \rightarrow (\neg q \vee p)$ : 참(T)

04.

(a) $\neg q \vee p$ : 거짓(F)
(b) $r \vee \neg q$ : 참(T)
(c) $r \rightarrow \neg p$ : 참(T)
(d) $\neg(q \vee \neg p) \wedge r$ : 거짓(F)
(e) $\neg(p \rightarrow r) \rightarrow (\neg q \rightarrow r)$ : 참(T)

05.

(a) 사건명제

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg p \wedge q$ | $\neg(\neg p \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T |
| T | F | F | F | T |
| F | T | T | T | F |
| F | F | T | F | T |

(b) 모순명제($\mathbb{F}$)

| $p$ | $q$ | $r$ | ① $p \wedge q$ | ② $q \vee r$ | ③ $\neg(q \vee r)$ | ④ $(p \wedge q) \wedge \neg(q \vee r)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | T | F | F |
| T | T | F | T | T | F | F |
| T | F | T | F | T | F | F |
| T | F | F | F | F | T | F |
| F | T | T | F | T | F | F |
| F | T | F | F | T | F | F |
| F | F | T | F | T | F | F |
| F | F | F | F | F | T | F |

(c) 사건명제

| $p$ | $q$ | $r$ | ① $\neg p$ | ① $\neg q$ | ② $\neg p \vee r$ | ③ $(\neg p \vee r) \to \neg q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | F | T | F |
| T | T | F | F | F | F | T |
| T | F | T | F | T | T | T |
| T | F | F | F | T | F | T |
| F | T | T | T | F | T | F |
| F | T | F | T | F | T | F |
| F | F | T | T | T | T | T |
| F | F | F | T | T | T | T |

(d) 사건명제

| $p$ | $q$ | $\neg q$ | $p \vee \neg q$ | $\neg(p \vee \neg q)$ | $\neg(p \vee \neg q) \to \neg q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | F | T |
| T | F | T | T | F | T |
| F | T | F | F | T | F |
| F | F | T | T | F | T |

06. (진리표에 대한 풀이 생략)

(a) 항진명제

(b) 사건명제

(c) 모순명제($\mathbb{F}$)

(d) 사건명제

07.

(a) 모순명제

| $p$ | $q$ | $r$ | $\neg p$ | $p \vee q$ | $r \rightarrow \neg p$ | $\neg(p \vee q)$ | $(r \rightarrow \neg p) \wedge \neg(p \vee q) \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | F | T | F | F | F |
| T | T | F | F | T | T | F | F |
| T | F | T | F | T | F | F | F |
| T | F | F | F | T | T | F | F |
| F | T | T | T | T | T | F | F |
| F | T | F | T | T | T | F | F |
| F | F | T | T | F | T | T | F |
| F | F | F | T | F | T | T | F |

(b) 사건명제

| $p$ | $q$ | ① | ② | ③ |
|---|---|---|---|---|
| | | $\neg q$ | $\neg q \vee p$ | $p \oplus \neg q \vee p$ |
| T | T | F | T | F |
| T | F | T | T | F |
| F | T | F | F | F |
| F | F | T | T | T |

(c) 항진명제($\mathbf{T}$)

| $p$ | $q$ | ① | ① | ② | ② | ③ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \oplus \neg q$ | $\neg p \oplus q$ | $(p \oplus \neg q) \leftrightarrow (\neg p \oplus q)$ |
| T | T | F | F | T | T | T |
| T | F | F | T | F | F | T |
| F | T | T | F | F | F | T |
| F | F | T | T | T | T | T |

(d) 사건명제

| $p$ | $q$ | ① | ② | ② | ③ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\neg p$ | $\neg p \oplus q$ | $p \wedge q$ | $(p \wedge q) \rightarrow \neg p$ | $(\neg p \oplus q) \leftrightarrow \{(p \wedge q) \rightarrow \neg p\}$ |
| T | T | F | T | T | F | F |
| T | F | F | F | F | T | F |
| F | T | T | F | F | T | F |
| F | F | T | T | F | T | T |

08. (진리표에 대한 풀이 생략)

(a) 사건명제

(b) 사건명제

(c) 사건명제

(d) 사건명제

09.

(a) 순수한 물의 어는점(빙점)이 섭씨 0℃이면, 섭씨 0℃ 이하에서는 반드시 비가 온다.

명제 $p$ : 순수한 물의 어는점(빙점)이 섭씨 0℃이다. : 참(T)

명제 $q$ : 섭씨 0℃ 이하에서는 반드시 비가 온다. : 거짓(F)

∴ 본 명제 $p \to q$ 진릿값 : 거짓(F)

역 $q \to p$ : 섭씨 0℃ 이하에서는 반드시 비가 오면, 순수한 물의 어는점(빙점)이 0℃이다. : 참(T)

이 $\neg p \to \neg q$ : 순수한 물의 어는점(빙점)이 섭씨 0℃가 아니면, 섭씨 0℃ 이하에서는 반드시 비가 오지 않는다. : 참(T)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 섭씨 0℃ 이하에서는 반드시 비가 오지 않으면, 순수한 물의 어는점(빙점)이 0℃가 아니다. : 거짓(F)

(b) 관악산이 제주도에 있으면, 설악산은 강원도에 있다.

명제 $p$ : 관악산이 제주도에 있다. : 거짓(F)

명제 $q$ : 설악산은 강원도에 있다. : 참(T)

∴ 본 명제 진릿값 : 참(T)

역 $q \to p$ : 설악산은 강원도에 있으면, 관악산이 제주도에 있다. : 거짓(F)

이 $\neg p \to \neg q$ : 관악산이 제주도에 없으면, 설악산은 강원도에 없다. : 거짓(F)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 설악산은 강원도에 없으면, 관악산이 제주도에 없다. : 참(T)

(c)

역 $q \to p$ : 참(T)

이 $\neg p \to \neg q$ : 참(T)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 참(T)

(d)

역 $q \to p$ : 참(T)

이 $\neg p \to \neg q$ : 참(T)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 참(T)

(e)

역 $q \to p$ : 참(T)

이 $\neg p \to \neg q$ : 참(T)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 거짓(F)

10.

(a) $p \to q$ : 부산이 대한민국 수도이면 워싱턴 D.C.는 미국의 수도이다. : 참(T)

역 : $q \to p$ : 워싱턴 D. C가 미국의 수도이면 부산은 대한민국 수도이다. : 거짓(F)

이 : $\neg p \to \neg q$ : 부산이 대한민국 수도가 아니면 워싱턴DC는 미국의 수도가 아니다 : 거짓(F)

대우 : $\neg q \to \neg p$ : 워싱턴DC가 미국의 수도가 아니면 부산은 대한민국 수도가 아니다. : 참(T)

(b) $p \to q$ : $3 \times 13 < 11$이면 삼각형 내각의 합은 $200^{\circ}$이다. : 참(T)

역 : $q \to p$ : 삼각형 내각의 합이 $200^{\circ}$이면 $3 \times 13 < 11$이다. : 참(T)

이 : $\neg p \to \neg q$ : $3 \times 13 \geq 11$이면 삼각형 내각의 합은 $200^{\circ}$이 아니다 : 참(T)

대우 : $\neg q \to \neg p$ : 삼각형 내각의 합이 $200^{\circ}$가 아니면 $3 \times 13 \geq 11$이다. : 참(T)

(c) $p \to q$ : 참(T)

역 $q \to p$ : 참(T)

이 $\neg p \to \neg q$ : 참(T)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 참(T)

(d) $p \to q$ : 참(T)

역 $q \to p$ : 참(T)

이 $\neg p \to \neg q$ : 참(T)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 참(T)

(e) $p \to q$ : 참(T)

역 $q \to p$ : 참(T)

이 $\neg p \to \neg q$ : 참(T)

대우 $\neg q \to \neg p$ : 참(T)

11.

(a)

| $p$ | $q$ | $p \oplus q$ | $\neg(p \oplus q)$ | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T |
| T | F | T | F | F |
| F | T | T | F | F |
| F | F | F | T | T |

$$\neg(p \oplus q) \equiv \neg\{(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\} \equiv \neg(\neg p \wedge q) \wedge \neg(p \wedge \neg q) \equiv (\neg(\neg p) \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg(\neg q))$$

$$\equiv (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \equiv (q \to p) \wedge (p \to q) \equiv p \leftrightarrow q$$

(b)

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee \neg q$ | $\neg(p \vee \neg q)$ | $\neg p \wedge \neg q$ | $\neg(p \vee \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | F | F | F |
| T | F | F | T | T | F | F | F |
| F | T | T | F | F | T | F | T |
| F | F | T | T | T | F | T | T |

$$\neg(p \vee \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (\neg p \wedge \neg(\neg q)) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv \neg p \wedge (q \vee \neg q)$$

$$\equiv \neg p \wedge \mathbf{T} \equiv \neg p$$

(c)

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg p \vee q$ | $\neg(\neg p \vee q)$ | $p \wedge \{\neg(\neg p \vee q)\}$ | $p \wedge q$ | $[p \wedge \{\neg(\neg p \vee q)\}] \vee (p \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | F | F | T | T |
| T | F | F | F | T | T | F | T |
| F | T | T | T | F | F | F | F |
| F | F | T | T | F | F | F | F |

$$[p \wedge \{\neg(\neg p \vee q)\}] \vee (p \wedge q) \equiv \{p \wedge (\neg(\neg p) \wedge \neg q)\} \vee (p \wedge q) \equiv \{p \wedge (p \wedge \neg q)\} \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\neg q \vee q) \equiv p \wedge \mathbf{T} \equiv p$$

(d)

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $p \to q$ | $\neg p \leftrightarrow q$ | $(p \to q) \wedge (\neg p \leftrightarrow q)$ | $\neg p \wedge q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | F | F | F |
| T | F | F | F | T | F | F |
| F | T | T | T | T | T | T |
| F | F | T | T | F | F | F |

$$(p \to q) \wedge (\neg p \leftrightarrow q) \equiv (\neg p \vee q) \wedge \{(\neg(\neg p) \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)\} \equiv (\neg p \vee q) \wedge \{(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$$
$$\equiv \{(\neg p \vee q) \wedge (p \vee q)\} \wedge (\neg p \vee \neg q) \equiv \{(\neg p \wedge p) \vee q\} \wedge (\neg p \vee \neg q)$$
$$\equiv (\mathbb{F} \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \equiv q \wedge (\neg p \vee \neg q) \equiv (\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg q)$$
$$\equiv (\neg p \wedge q) \vee \mathbb{F} \equiv \neg p \wedge q$$

(e)

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $(p \wedge q) \oplus (p \vee p)$ | $p \oplus q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | T | T | F | F |
| T | F | F | T | T | T |
| F | T | F | T | T | T |
| F | F | F | F | F | F |

$$(p \wedge q) \oplus (p \vee q) \equiv \{\neg(p \wedge q) \wedge (p \vee q)\} \vee \{(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)\}$$
$$\equiv \{(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)\} \vee \{(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)\} \equiv \{(\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q)\} \vee \mathbb{F}$$
$$\equiv \{(\neg p \vee \neg q) \wedge p\} \vee \{(\neg p \vee \neg q) \wedge q\} \equiv \{(\neg p \wedge p) \vee (\neg q \wedge p)\} \vee \{(\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge q)\}$$
$$\equiv \{\ \mathbb{F} \vee (p \wedge \neg q)\} \vee \{(\neg p \wedge q) \vee \mathbb{F}\ \} \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \equiv p \oplus q$$

## 12.

증명 생략

## 13.

(a) $(\neg p \vee q) \to \neg q \equiv \neg(\neg p \vee q) \vee \neg q$ $\quad$ ∵ 함축법칙

$\equiv (\neg(\neg p) \wedge \neg q) \vee \neg q$ $\quad$ ∵ 드 모르간의 법칙

$\equiv (p \wedge \neg q) \vee \neg q$ $\quad$ ∵ 이중 부정법칙

$\equiv \neg q$ $\quad$ ∵ 흡수법칙

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee q$ | $(\neg p \vee q) \to \neg q$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | F |
| T | F | F | T | F | T |
| F | T | T | F | T | F |
| F | F | T | T | T | T |

(b) $\{\neg p \wedge (p \to q)\} \wedge p \equiv \{\neg p \wedge (\neg p \vee q)\} \wedge p$ $\quad$ ∵ 함축법칙

$\equiv (\neg p \wedge p) \wedge (\neg p \vee q)$ $\quad$ ∵ 교환법칙, 결합법칙

$\equiv \mathbb{F} \wedge (\neg p \vee q)$ $\quad$ ∵ 부정법칙

$\equiv \mathbb{F}$ $\quad$ ∵ 지배법칙

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $p \to q$ | $\neg p \wedge (p \to q)$ | $\{\neg p \wedge (p \to q)\} \wedge p$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | F | F |
| T | F | F | F | F | F |
| F | T | T | T | T | F |
| F | F | T | T | T | F |

(c) $(p \wedge q) \vee \{p \rightarrow (p \wedge \neg q)\} \equiv (p \wedge q) \vee \{\neg p \vee (p \wedge \neg q)\}$ $\because$ 함축법칙

$\equiv (p \wedge q) \vee \{(\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$ $\because$ 분배법칙

$\equiv (p \wedge q) \vee \{ \mathbf{T} \wedge (\neg p \vee \neg q)\}$ $\because$ 부정법칙

$\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg q)$ $\because$ 항등법칙

$\equiv (p \wedge q) \vee \neg (p \wedge q)$ $\because$ 드 모르간의 법칙

$\equiv \mathbf{T}$ $\because$ 부정법칙

| $p$ | $q$ | $\neg q$ | $p \wedge \neg q$ | $p \wedge q$ | $p \rightarrow (p \wedge \neg q)$ | $(p \wedge q) \vee \{p \rightarrow (p \wedge \neg q)\}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | F | T |
| T | F | T | T | F | T | T |
| F | T | F | F | F | T | T |
| F | F | T | F | F | T | T |

(d) $\neg(p \oplus q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q) \equiv \neg\{(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\} \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$ $\because$ 배타적 논리합 정의

$\equiv \neg[\neg\{(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\}] \vee (\neg(\neg p) \vee q)$ $\because$ 함축법칙

$\equiv \{(\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\} \vee (p \vee q)$ $\because$ 이중 부정법칙

$\equiv (\neg p \wedge q) \vee \{(p \wedge \neg q) \vee p\} \vee q$ $\because$ 결합법칙

$\equiv (\neg p \wedge q) \vee p \vee q$ $\because$ 흡수법칙

$\equiv \{(\neg p \wedge q) \vee q\} \vee p$ $\because$ 교환법칙, 결합법칙

$\equiv q \vee p$ $\because$ 흡수법칙

$\equiv p \vee q$ $\because$ 교환법칙

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $p \oplus q$ | $\neg(p \oplus q)$ | $\neg p \rightarrow q$ | $\neg(p \oplus q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | F | T | T | T | T |
| T | F | F | T | F | T | T | T |
| F | T | T | T | F | T | T | T |
| F | F | T | F | T | F | F | F |

(e) $(\neg p \oplus q) \rightarrow (p \vee q) \equiv \{(\neg(\neg p) \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\} \rightarrow (p \vee q)$ $\because$ 배타적 논리합 정의

$\equiv \{(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\} \rightarrow (p \vee q)$ $\because$ 이중 부정법칙

$\equiv \neg\{(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\} \vee (p \vee q)$ $\because$ 함축법칙

$\equiv \neg\{(p \wedge q) \vee \neg(p \vee q)\} \vee (p \vee q)$ $\because$ 드 모르간의 법칙

$\equiv \{\neg(p \wedge q) \wedge \neg(\neg(p \vee q))\} \vee (p \vee q)$ $\because$ 드 모르간의 법칙

$\equiv \{\neg(p \wedge q) \wedge (p \vee q)\} \vee (p \vee q)$ $\because$ 이중 부정법칙

$\equiv p \vee q$ $\because$ 흡수법칙

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg p \oplus q$ | $p \vee q$ | $(\neg p \oplus q) \rightarrow (p \vee q)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| T | T | F | T | T | T |
| T | F | F | F | T | T |
| F | T | T | F | T | T |
| F | F | T | T | F | F |

14.

증명 생략

15.

(a) $P(121)$ : $\sqrt{121} = 11 > 10$ : 참(T)

(b) $P(9)$ : 거짓(F)

(c) $Q(6,2):(6>3) \rightarrow (2 \le 10)$ : 참(T)

(d) $Q(1,1)$ : 참(T)

(e) $Q(15,12):(15>3) \rightarrow (12 \le 10)$ : 거짓(F)

(f) $R(21,8,3)$ : 거짓(F)

(g) $R(7,7,7):(7<15 \wedge 7 \ge 5) \vee (7=7)$ : 참(T)

(h) $R(0,0,-7)$ : 거짓(F)

16.

(a) $D=\{d \mid d \in \mathbb{R}\}$, $P(x,y)$ : $x^2 < y^2$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\forall x \forall y P(x,y)$ | 거짓(F) | $\forall x \exists y P(x,y)$ | 거짓(F) |
| $\exists x \forall y P(x,y)$ | 거짓(F) | $\exists x \exists y P(x,y)$ | 참(T) |
| $\forall y \forall x P(x,y)$ | 거짓(F) | $\forall y \exists x P(x,y)$ | 거짓(F) |
| $\exists y \forall x P(x,y)$ | 거짓(F) | $\exists y \exists x P(x,y)$ | 참(T) |

(b) $D=\{d \mid -10 \le d \le 10, d \in \mathbb{Z}\}$, $P(x,y):x+y=2x-y$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\forall x \forall y P(x,y)$ | 거짓(F) | $\forall x \exists y P(x,y)$ | 거짓(F) |
| $\exists x \forall y P(x,y)$ | 거짓(F) | $\exists x \exists y P(x,y)$ | 참(T) |
| $\forall y \forall x P(x,y)$ | 거짓(F) | $\forall y \exists x P(x,y)$ | 거짓(F) |
| $\exists y \forall x P(x,y)$ | 거짓(F) | $\exists y \exists x P(x,y)$ | 참(T) |

(c) $D=\{d \mid -10 \le d \le 10, d \in \mathbb{R}\}$, $P(x,y):x+y=2x-y$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\forall x \forall y P(x,y)$ | 거짓(F) | $\forall x \exists y P(x,y)$ | 참(T) |
| $\exists x \forall y P(x,y)$ | 거짓(F) | $\exists x \exists y P(x,y)$ | 참(T) |
| $\forall y \forall x P(x,y)$ | 거짓(F) | $\forall y \exists x P(x,y)$ | 거짓(F) |
| $\exists y \forall x P(x,y)$ | 거짓(F) | $\exists y \exists x P(x,y)$ | 참(T) |

(d) $D=\{d \mid d< -10 \vee d>10, d \in \mathbb{R}\}$, $P(x,y):(0<x<15) \rightarrow (-10 \le y<5)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\forall x \forall y P(x,y)$ | 참(T) | $\forall x \exists y P(x,y)$ | 참(T) |
| $\exists x \forall y P(x,y)$ | 거짓(F) | $\exists x \exists y P(x,y)$ | 거짓(F) |
| $\forall y \forall x P(x,y)$ | 참(T) | $\forall y \exists x P(x,y)$ | 참(T) |
| $\exists y \forall x P(x,y)$ | 참(T) | $\exists y \exists x P(x,y)$ | 참(T) |

17.

(a) $\forall x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall x \exists y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists x \exists y P(x, y)$ : 참(T)
$\forall y \forall x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall y \exists x P(x, y)$ : 참(T)
$\exists y \forall x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists y \exists x P(x, y)$ : 참(T)

(b) $\forall x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall x \exists y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists x \exists y P(x, y)$ : 참(T)
$\forall y \forall x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall y \exists x P(x, y)$ : 참(T)
$\exists y \forall x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists y \exists x P(x, y)$ : 참(T)

(c) $\forall x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall x \exists y P(x, y)$ : 참(T)
$\exists x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists x \exists y P(x, y)$ : 참(T)
$\forall y \forall x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall y \exists x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists y \forall x P(x, y)$ : 참(T)
$\exists y \exists x P(x, y)$ : 참(T)

(d) $\forall x \forall y P(x, y)$ : 참(T)
$\forall x \exists y P(x, y)$ : 참(T)
$\exists x \forall y P(x, y)$ : 참(T)
$\exists x \exists y P(x, y)$ : 참(T)
$\forall y \forall x P(x, y)$ : 참(T)
$\forall y \exists x P(x, y)$ : 참(T)
$\exists y \forall x P(x, y)$ : 참(T)
$\exists y \exists x P(x, y)$ : 참(T)

(e) $\forall x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall x \exists y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists x \forall y P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists x \exists y P(x, y)$ : 참(T)
$\forall y \forall x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\forall y \exists x P(x, y)$ : 참(T)
$\exists y \forall x P(x, y)$ : 거짓(F)
$\exists y \exists x P(x, y)$ : 참(T)

18.

(a) $\neg\exists xP(x)$ : 모든 $x$는 소수가 아니다. : 거짓(F)

(b) $\exists x\neg Q(x)$ : 어떤 $x$는 약수의 합이 $x$가 되지 않는다. : 참(T)

(c) $\exists x(P(x)\wedge Q(x))$ : 어떤 $x$는 소수이면서 그 약수의 합이 $x$이다. : 거짓(F)

(d) $\forall x(P(x)\vee Q(x))$ : 모든 $x$는 소수이거나 그 약수의 합이 $x$이다. : 거짓(F)

(e) $\forall x\neg(P(x)\wedge Q(x))$ : 모든 $x$는 소수인 동시에 그 약수의 합이 $x$인 것이 아니다. : 참(T)

(f) $\neg\forall x(P(x)\vee Q(x))$ : 모든 $x$가 소수이거나 그 약수의 합이 $x$인 것은 아니다. : 참(T)

19.

(a) $\neg\exists x\exists y\forall zP(x,y,z)\equiv\forall x\neg\exists y\forall zP(x,y,z)\equiv\forall x\forall y\neg\forall zP(x,y,z)$

$\equiv\forall x\forall y\exists z\neg P(x,y,z)$

(b) $\forall x\neg\forall y\forall zQ(x,y,z)\equiv\forall x\exists y\neg\forall zQ(x,y,z)\equiv\forall x\exists y\exists z\neg Q(x,y,z)$

(c) $\neg\forall x\exists y(P(x,y)\wedge Q(x,y))\equiv\exists x\forall y(\neg P(x,y)\vee\neg Q(x,y))$

(d) $\neg\exists x\exists y(P(x,y)\wedge\neg Q(x,y))\equiv\forall x\forall y(\neg P(x,y)\vee Q(x,y))$

(e) $\exists x\neg\exists y\exists z(P(x,y,z)\rightarrow Q(x,y,z))\equiv\exists x\forall y\forall z(P(x,y,z)\wedge\neg Q(x,y,z))$

20.

(a) 논리곱 적용 : 봄에는 새싹이 나온다.

(b) 긍정논법 적용 : 비가 온다.

(c) 부정논법 적용 : 마트에 가서 장을 보지 않는다.

(d) 선언적 삼단논법(소거) 적용 : 백화점에서 쇼핑을 하거나 어제 공연을 보지 않았다.

(e) 가설적 삼단논법(추이) 적용 : 기상청의 슈퍼컴퓨터가 정확하면 스마트폰으로 전화를 할 수 있다.

21.

(a) 유효추론

(b) 허위추론

(c) 유효추론

(d) 허위추론

22.

(a) 전제 A : $p\rightarrow q$ 전제 B : $q\rightarrow p$

① 전제 A와 B와 가설적 삼단논법(추이) 적용 : $p\rightarrow p$ : 전제 C

② 전제 C에 함축법칙 적용 : $\neg p\vee p\equiv\mathbb{T}$

∴ 유효추론

(b) 전제 A : $\neg p \vee \neg q$　　전제 B : $\neg q \rightarrow r$　　전제 C : $\neg r$

① 전제 A에 함축법칙 적용 : $p \rightarrow \neg q$

② 전제 A와 B에 가설적 삼단논법(추이) 적용 : $p \rightarrow r$ : 전제 D

③ 전제 C와 D에 부정논법 적용 : $\neg p$

∴ 허위추론

(c) 전제 A : $p \vee \neg r$　　전제 B : $r \wedge q$　　전제 C : $q \rightarrow s$

① 전제 B에 단순화 적용 : $r$ : 전제 D

② 전제 B에 단순화 적용 : $q$ : 전제 E

③ 전제 A와 D에 선언적 삼단논법(소거) 적용 : $p$ : 전제 F

④ 전제 C와 E에 긍정논법 적용 : $s$ : 전제 G

⑤ 전제 F와 G에 논리곱 적용 : $p \wedge s$ : 전제 H

⑥ 전제 H에 단순화 적용

∴ 유효추론

(d) 전제 A : $(q \rightarrow p) \rightarrow \neg r$　　전제 B : $p$　　전제 C : $q \vee r$

① 전제 A에 함축법칙 적용 : $\neg(\neg q \vee p) \vee \neg r \equiv (q \wedge \neg p) \vee \neg r \equiv (q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg r)$

② 전제 A에 단순화 적용 : $\neg p \vee \neg r$ : 전제 D

③ 전제 B와 D에 선언적 삼단논법(소거) 적용 : $\neg r$ : 전제 E

④ 전제 C와 E에 선언적 삼단논법(소거) 적용 : $q$

∴ 유효추론

## 23.

(a) 유효추론

(b) 허위추론

(c) 유효추론

(d) 유효추론

## 24.

(a) $p$ : 변수를 정수형으로 선언한다.　　$q$ : 조건에 따라 연산한다.

$r$ : 반복문이 무한히 실행된다.　　$s$ : 프로그램을 강제 종료한다.

전제 A : $\neg p \wedge q$

전제 B : $\neg p \rightarrow r$

전제 C : $r \rightarrow s$

1) 전제 B와 C에 가설적 삼단논법(추이) 적용 : $\neg p \rightarrow s$ (전제 D)

2) 전제 A에 단순화 적용 : $\neg p$ (전제 E)

3) 전제 D와 E에 긍정논법 적용 : $s$

∴ 프로그램을 강제 종료한다.

(b) $p$ : 마트에서 장을 본다.　　$q$ : 영화를 본다.

$r$ : 저녁에 스테이크를 먹는다.　　$s$ : 저녁에 햄버거를 먹는다.

$t$ : 샐러드를 먹는다.

전제 A : $p \lor q$
전제 B : $p \rightarrow r$
전제 C : $q \rightarrow s$
전제 D : $\neg s \land t$

1) 전제 D에 단순화 적용 : $\neg s$ (전제 E)
2) 전제 C와 E에 부정논법 적용 : $\neg q$ (전제 F)
3) 전제 A와 F에 선언적 삼단논법(소거) 적용 : $p$ (전제 G)
4) 전제 B와 G에 긍정논법 적용 : $r$
∴ 저녁에 스테이크를 먹는다.

(c) $p$ : 운동을 한다. $q$ : 떡볶이를 먹는다.
$r$ : 몸무게가 줄어든다. $s$ : 배가 나온다.
$t$ : 퇴근을 한다. $u$ : 야근을 한다.
전제 A : $(p \land \neg q) \rightarrow r$
전제 B : $\neg r \land s$
전제 C : $q \rightarrow \neg s$
전제 D : $t \rightarrow p$
전제 E : $\neg t \rightarrow (u \land \neg q)$

1) 전제 B에 단순화 적용 : $s$ (전제 F)
2) 전제 B에 단순화 적용 : $\neg r$ (전제 G)
3) 전제 A와 G에 부정논법 적용 : $\neg(p \land \neg q) \equiv \neg p \lor q \equiv p \rightarrow q$ (전제 H)
4) 전제 C와 F에 부정논법 적용 : $\neg q$ (전제 I)
5) 전제 D와 H에 가설적 삼단논법(추이) 적용 : $t \rightarrow q$ (전제 J)
6) 전제 I와 J에 부정논법 적용 : $\neg t$ (전제 K)
7) 전제 E와 K에 긍정논법 적용 : $u \land \neg q$
∴ 야근을 하고 떡볶이를 먹지 않는다.

(d) $p$ : 계속 직진을 한다. $q$ : 두 블럭을 더 간다.
$r$ : 유턴을 한다. $s$ : 길을 잃는다.
$t$ : 목적지에 도착한다.
전제 A : $p \land q$
전제 B : $\neg r \rightarrow (\neg q \lor s)$
전제 C : $r \rightarrow t$
전제 D : $t \rightarrow \neg p$
전제 E : $\neg t \lor q$

1) 전제 A에 단순화 적용 : $p$ (전제 F)
2) 전제 D와 F에 부정논법 적용 : $\neg t$ (전제 G)
3) 전제 C와 G에 부정논법 적용 : $\neg r$ (전제 H)
4) 전제 E와 G에 선언적 삼단논법(소거) 적용 : $q$ (전제 I)
5) 전제 B와 H에 긍정논법 적용 : $\neg q \lor s \equiv q \rightarrow s$ (전제 J)
6) 전제 I와 J에 긍정논법 적용 : $s$
∴ 길을 잃는다.

25.

(a) 비상금은 주방에 있다.

(b) 선희는 영화티켓을 영수에게 주지 않는다.

(c) 시영이는 음악을 듣지 않는다.

(d) 빵을 먹지 않고 아이스크림을 먹지 않는다.